فصل سوّم

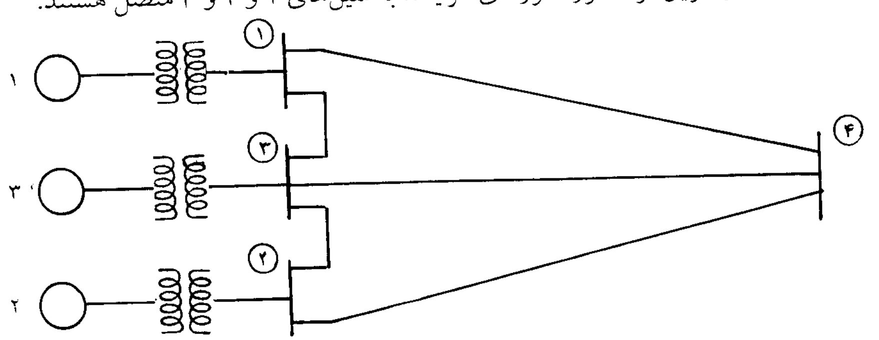
ماتریس‌های ادمیتانس و امپدانس شبکه

۱-۳ مقدمه

امروزه یک سیستم قدرت شامل تعداد زیادی از ژنراتورها، ترانسفورماتورها، خطوط انتقال و شین‌ها می‌باشد و لذا استفاده از کامپیوتر در محاسبات مختلف سیستم‌ها امری اجتناب ناپذیر است. برای تهیه برنامه‌های کامپیوتری باید معادلات شبکه با توجه به عملکرد عناصر سیستم و مدار معادل آنها بررسی و آماده گردد. در این فصل، ماتریس‌های اصلی ادمیتانس و امپدانس شبکه که نشان دهنده نقش امپدانس‌های عناصر سیستم است معرفی شده و بعضی از کاربردهای آنها مورد بحث قرار می‌گیرد. در فصول بعدی از این ماتریس‌ها در تشکیل معادلات مورد نیاز برای محاسبات مختلف سیستم استفاده خواهدشد.

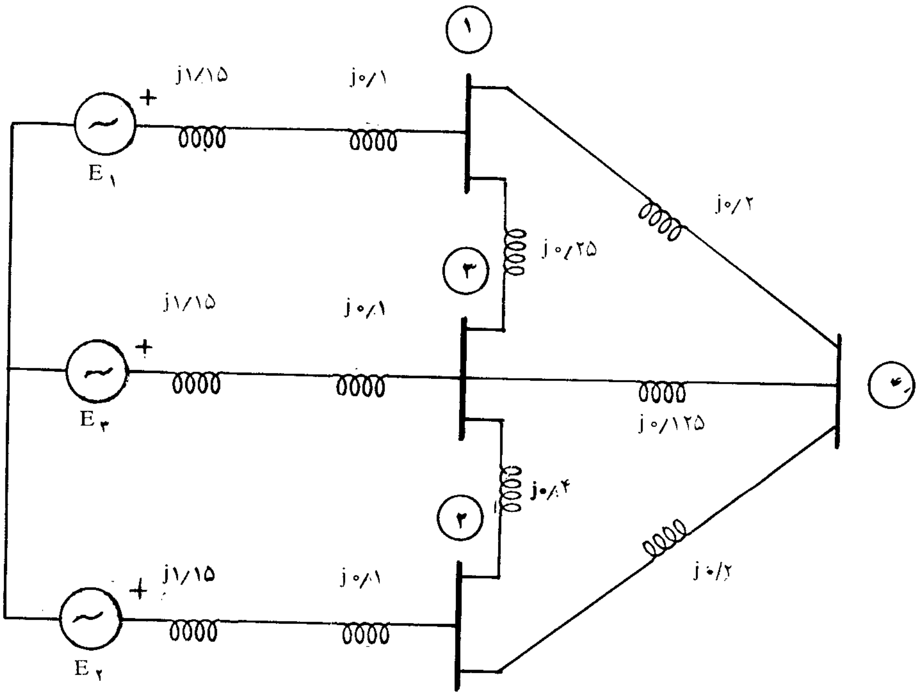
۲-۳ ماتریس‌های ادمیتانس و امپدانس شین

شکل (۱-۳) دیاگرام تک‌خطی یک‌سیستم قدرت‌با چهار شین را نشان‌می‌دهد. ژنراتورهای G_1 و G_2 و G_3 از طریق ترانسفورماتورهای افزاینده به شین‌های ۱ و ۲ و ۳ متصل هستند.



شکل ۱-۳: دیاگرام تک خطی یک سیستم قدرت

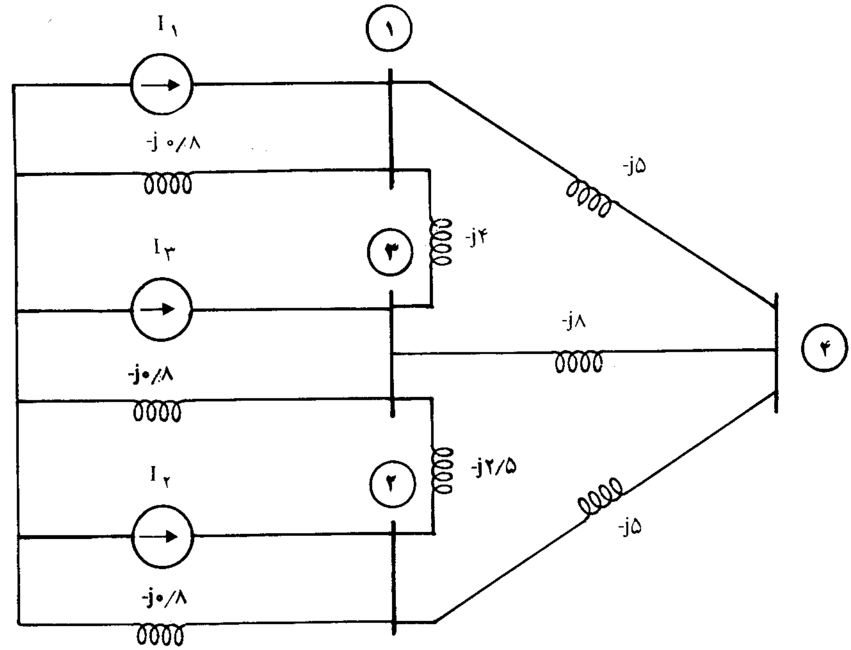
دیاگرام امپدانس این سیستم در شکل (۲-۳) رسم شده‌است. در این دیاگرام هر ژنراتور با نیروی محرکه و راکتانس سری، هر ترانسفورماتور با راکتانس پراکندگی و هر خط انتقال با راکتانس سری آن مشخص شده‌است. همه مقادیر راکتانس‌ها در این شکل برحسب PU هستند. ولتاژ مبنا در خطوط انتقال ۱۳۲KV و قدرت مبنای سیستم ۱۰۰MVA است. روش معمول در محاسبات سیستم‌های قدرت روش تحلیل نقطه‌ای[1] می‌باشد.



شکل ۲-۳: دیاگرام امپدانس سیستم قدرت شکل (۱-۳)

در شکل (۲-۳) می‌توان مدار معادل شامل نیروی محرکه ژنراتور و امپدانس سری با آن را به یک منبع جریان و ادمیتانس موازی با آن جایگزین نمود. شکل (۳-۳) دیاگرام امپدانس مذکور را با این جایگزینی نشان می‌دهد. در این شکل عناصر سیستم با مقادیر ادمیتانس برحسب PU مشخص شده‌اند. جریانهای I_1 و I_2 و I_3 از روابط زیر بدست می‌آیند:

1- Node Analysis



شکل ۳-۳: دیاگرام امپدانس سیستم قدرت شکل (۱-۳) برحسب مقادیر ادمیتانس

$$I_{۱} = \frac{E_{۱}}{j(۱/۱۵ + ۰/۱)} = \frac{E_{۱}}{j۱/۲۵}$$

$$I_{۲} = \frac{E_{۲}}{j(۱/۱۵ + ۰/۱)} = \frac{E_{۲}}{j۱/۲۵}$$

$$I_{۳} = \frac{E_{۳}}{j(۱/۱۵ + ۰/۱)} = \frac{E_{۳}}{j۱/۲۵}$$

حال می‌توان معادلات گره را برای شین‌های ۱و۲و۳و۴ بترتیب زیر نوشت:

$$I_{۱} = V_{۱}(-j۰/۸) + (V_{۱} - V_{۳})(-j۴) + (V_{۱} - V_{۴})(-j۵)$$

$$I_{۲} = V_{۲}(-j۰/۸) + (V_{۲} - V_{۳})(-j۲/۵) + (V_{۲} - V_{۴})(-j۵)$$

$$I_{۳} = (V_{۳} - V_{۱})\,(-j۴) + (V_{۳} - V_{۲})\,(-j۲/۵) + V_{۳}(-j۰/۸) + (V_{۳} - V_{۴})\,(-j۸)$$

$$۰ = (V_{۴} - V_{۱})\,(-j۵) + (V_{۴} - V_{۲})\,(-j۵) + (V_{۴} - V_{۳})\,(-j۸)$$

این معادلات را مرتب کرده وبه صورت ماتریس می‌نویسیم:

$$\begin{bmatrix} I_{۱} \\ I_{۲} \\ I_{۳} \\ ۰ \end{bmatrix} = j \begin{bmatrix} -۹/۸ & ۰ & ۴ & ۵ \\ ۰ & -۸/۳ & ۲/۵ & ۵ \\ ۴ & ۲/۵ & -۱۵/۳ & ۸ \\ ۵ & ۵ & ۸ & -۱۸ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{۱} \\ V_{۲} \\ V_{۳} \\ V_{۴} \end{bmatrix} \qquad (۳\text{-}۱)$$

این معادله را در حالت کلی می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{bmatrix} I_{۱} \\ I_{۲} \\ I_{۳} \\ I_{۴} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{۱۱} & Y_{۱۲} & Y_{۱۳} & Y_{۱۴} \\ Y_{۲۱} & Y_{۲۲} & Y_{۲۳} & Y_{۲۴} \\ Y_{۳۱} & Y_{۳۲} & Y_{۳۳} & Y_{۳۴} \\ Y_{۴۱} & Y_{۴۲} & Y_{۴۳} & Y_{۴۴} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{۱} \\ V_{۲} \\ V_{۳} \\ V_{۴} \end{bmatrix} \qquad (۳\text{-}۲)$$

و یا می‌توان نوشت:

$$I = Y_{bus}\, V \qquad (۳\text{-}۳)$$

که در آن داریم:

$$I = \begin{bmatrix} I_{۱} \\ I_{۲} \\ I_{۳} \\ I_{۴} \end{bmatrix} \qquad V = \begin{bmatrix} V_{۱} \\ V_{۲} \\ V_{۳} \\ V_{۴} \end{bmatrix} \qquad Y_{bus} = \begin{bmatrix} Y_{۱۱} & Y_{۱۲} & Y_{۱۳} & Y_{۱۴} \\ Y_{۲۱} & Y_{۲۲} & Y_{۲۳} & Y_{۲۴} \\ Y_{۳۱} & Y_{۳۲} & Y_{۳۳} & Y_{۳۴} \\ Y_{۴۱} & Y_{۴۲} & Y_{۴۳} & Y_{۴۴} \end{bmatrix}$$

در اینجا I بردار جریانهای تزریق شده به شین‌ها است که آنرا بردار جریان شین می‌نامیم. V نیز

بردار ولتاژ شین می‌باشد. ماتریس Y_{bus} که ارتباط بردار جریان شین و بردار ولتاژ شین را نشان می‌دهد به ماتریس ادمیتانس شین (۱) موسوم است. با کمی دقت ملاحظه می‌شود که در یک سیستم قدرت که دارای n شین می‌باشد، عناصر ماتریس Y_{bus} بصورت زیر قابل محاسبه هستند:

Y_{ii} = جمع مقادیر ادمیتانس‌های عناصری که مستقیماً به شین i متصل هستند.

Y_{ij} = جمع مقادیر ادمیتانس‌های عناصری که بین دو شین i و j قرار دارند در علامت منفی.

هریک از عناصر Y_{ii} به سلف ادمیتانس (۲) و هر یک از عناصر Y_{ij} به‌ادمیتانس‌متقابل (۳) معروف هستند. همانطوریکه در رابطه (۱-۳) دیده می‌شود ماتریس Y_{bus} نسبت به قطر اصلی خود متقارن می‌باشد.

رابطه (۳-۳) را می‌توان بصورت زیر نیز بیان نمود:

$$V = Y_{bus}^{-1} I$$

$$V = Z_{bus} I \qquad (۳-۴)$$

در این رابطه داریم:

$$Z_{bus} = Y_{bus}^{-1} \qquad (۳-۵)$$

رابطه (۳-۳) بردار جریان شین را برحسب بردار ولتاژ شین و رابطه (۴-۳) بردار ولتاژ شین را برحسب بردار جریان شین نشان می‌دهند. ماتریس Z_{bus} را که از معکوس کردن ماتریس Y_{bus} بدست می‌آید، ماتریس امپدانس شین (۴) می‌نامیم. از آنجائیکه ماتریس Y_{bus} متقارن است، ماتریس Z_{bus} نیز نسبت به قطر اصلی خود متقارن خواهدبود.

مثال ۱-۳: در شکل (۲-۳) ماتریس‌های Y_{bus} و Z_{bus} را بدست آورید و چنانچه مقادیر نیروهای محرکه بترتیب زیر داده شده‌باشند ولتاژ شین‌ها را محاسبه کنید.

1- Bus Admittance Matrix 2- Self Admittance 3- Mutual Admittance

4- Bus Impedance Matrix

$$E_1 = ۱/۵ \angle \underline{۰^\circ} \quad PU$$

$$E_2 = ۱/۵ \angle \underline{-۳۶/۸۷^\circ} \quad PU$$

$$E_3 = ۱/۵ \angle \underline{۰^\circ} \quad PU$$

حلّ: ابتدا ماتریس‌های Y_{bus} و Z_{bus} را تشکیل می‌دهیم:

$$Y_{bus} = j \begin{bmatrix} -۹/۸ & ۰ & ۴ & ۵ \\ ۰ & -۸/۳ & ۲/۵ & ۵ \\ ۴ & ۲/۵ & -۱۵/۳ & ۸ \\ ۵ & ۵ & ۸ & -۱۸ \end{bmatrix} \quad PU$$

$$Z_{bus} = Y_{bus}^{-1} = j \begin{bmatrix} ۰/۴۷۷۴ & ۰/۳۷۰۶ & ۰/۴۰۲۰ & ۰/۴۱۴۲ \\ ۰/۳۷۰۶ & ۰/۴۸۷۲ & ۰/۳۹۲۲ & ۰/۴۱۲۶ \\ ۰/۴۰۲۰ & ۰/۳۹۲۲ & ۰/۴۵۵۸ & ۰/۴۲۳۲ \\ ۰/۴۱۴۲ & ۰/۴۱۲۶ & ۰/۴۲۳۲ & ۰/۴۷۳۳ \end{bmatrix} \quad PU$$

با تعیین مقادیر I_1 ، I_2 و I_3 ولتاژ شین‌ها را بترتیب زیر محاسبه می‌کنیم:

$$I_1 = \frac{E_1}{j\,۱/۲۵} = \frac{۱/۵ \angle \underline{۰^\circ}}{j\,۱/۲۵} = -j\,۱/۲ \; PU$$

$$I_2 = \frac{E_2}{j\,۱/۲۵} = \frac{۱/۵ \angle \underline{-۳۶/۸۷^\circ}}{j\,۱/۲۵} = ۱/۲ \angle \underline{-۱۲۶/۸۷^\circ} = -۰/۷۲ - j\,۰/۹۶ \; PU$$

$$I_3 = \frac{E_3}{j\,۱/۲۵} = \frac{۱/۵ \angle \underline{۰^\circ}}{j\,۱/۲۵} = -j\,۱/۲ \; PU$$

$$I_4 = ۰$$

$$V = Z_{bus}\, I$$

$$\begin{bmatrix} V_۱ \\ V_۲ \\ V_۳ \\ V_۴ \end{bmatrix} = j \begin{bmatrix} ۰/۴۷۷۴ & ۰/۳۷۰۶ & ۰/۴۰۲۰ & ۰/۴۱۴۲ \\ ۰/۳۷۰۶ & ۰/۴۸۷۲ & ۰/۳۹۲۲ & ۰/۴۱۲۶ \\ ۰/۴۰۲۰ & ۰/۳۹۲۲ & ۰/۴۵۵۸ & ۰/۴۲۳۲ \\ ۰/۴۱۴۲ & ۰/۴۱۲۶ & ۰/۴۲۳۲ & ۰/۴۷۳۳ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -j۱/۲ \\ -۰/۷۲-j۰/۹۶ \\ -j۱/۲ \\ ۰ \end{bmatrix}$$

$$V_۱ = ۱/۴۳۶ \angle \underline{-۱۰/۷۱^\circ} \quad PU$$
$$V_۲ = ۱/۴۲۷ \angle \underline{-۱۴/۲۴^\circ} \quad PU$$
$$V_۳ = ۱/۴۳۴ \angle \underline{-۱۱/۳۶^\circ} \quad PU$$
$$V_۴ = ۱/۴۳۲ \angle \underline{-۱۱/۹۷^\circ} \quad PU$$

۳-۳ حذف شین

در سیستم‌های قدرت واقعی که اندازه سیستم [1] بزرگ است. به ماتریس‌های Y_{bus} با ابعاد بزرگ برخورد می‌کنیم. برای ساده کردن محاسبات، می‌توان اندازه سیستم را کوچکتر نمود. برای اینکار باید ابعاد ماتریس Y_{bus} را کوچک کرد و در حقیقت با این عمل تعداد شین‌های سیستم را کم نمود. باید دقت نمود که فقط شین‌هائی قابل حذف هستند که جریان آنها صفر می‌باشد. در روشی که ارائه خواهدشد، ابتدا باید سطرها و ستونهائی از ماتریس Y_{bus} که قرار است شین‌های مربوط به آنها حذف شوند به سطرها و ستون‌های آخر ماتریس Y_{bus} منتقل شوند. البته اگر شماره‌گذاری شین‌ها طوری انجام شده باشد که شین‌های ۱و۲و۳و ... و m را برای شین‌های دارای ژنراتور و شین‌های m+۱ و m+۲ و ...n را برای شین‌های بدون ژنراتور در نظر گرفته باشیم، نیازی به جابجائی سطرها و ستون‌ها نمی‌باشد. معادله گره را بصورت زیر در نظر بگیرید:

$$I = Y_{bus} V$$

برای حذف شین‌هائی که دارای جریان صفر هستند، بردارهای I و V باید طوری تنظیم شوند که

1- System Size

جریان و ولتاژ شین‌هائی که قرار است باقی بمانند (I_1 تا I_m و همچنین V_1 تا V_m) در سطرهای بالا و جریان و ولتاژ شین‌هائی که قرار است حذف شوند (I_{m+1}تا I_n و همچنین V_{m+1} تا V_n) در سطرهای پائین قرار گیرند. به این ترتیب خواهیم داشت:

$$\left[\begin{array}{c} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_m \\ \hline I_{m+1} \\ \vdots \\ I_n \end{array}\right] = \left[\begin{array}{cccc|ccc} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1m} & Y_{1,m+1} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2m} & Y_{2,m+1} & \cdots & Y_{2n} \\ \vdots & & & & \vdots & & \vdots \\ Y_{m1} & Y_{m2} & \cdots & Y_{mm} & Y_{m,m+1} & \cdots & Y_{mn} \\ \hline Y_{m+1,1} & Y_{m+2,2} & \cdots & Y_{m+1,m} & Y_{m+1,m+1} & \cdots & Y_{m+1,n} \\ \vdots & & & & & & \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{nm} & Y_{n,m+1} & \cdots & Y_{nn} \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_m \\ \hline V_{m+1} \\ \vdots \\ V_n \end{array}\right] \quad (۳-۶)$$

سپس ماتریس Y_{bus} را مطابق زیر به چهار ماتریس کوچکتر تقسیم می‌کنیم:

$$\left[\begin{array}{c} I_a \\ \hline I_b \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c|c} Y_1 & Y_2 \\ \hline Y_3 & Y_4 \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} V_a \\ \hline V_b \end{array}\right] \quad (۳-۷)$$

I_a و V_a بردار جریان و بردار ولتاژ شین‌هائی هستند که قرار است باقی بمانند و I_b و V_b بردار جریان و بردار ولتاژ شین‌هائی هستند که قرار است حذف شوند. بدیهی است که هریک از عناصر I_b برابر صفر است. با حل رابطه (۷-۳) داریم:

$$I_a = Y_1 V_a + Y_2 V_b \quad (۳-۸)$$

$$I_b = Y_3 V_a + Y_4 V_b = 0 \quad (۳-۹)$$

از رابطه (۹-۳) V_b را بدست آورده در رابطه (۸-۳) جایگزین می‌کنیم:

$$V_b = -Y^{-1}_4 Y_3 V_a$$

$$I_a = Y_1 V_a - Y_2 Y^{-1}_4 Y_3 V_a$$

$$I_a = (Y_1 - Y_2 Y_4^{-1} Y_3) V_a \qquad (۳-۱۰)$$

از طرف دیگر برای شین‌هائی که قرار است باقی بمانند رابطه بین بردار جریان شین I_a و بردار ولتاژ شین V_a عبارتست از:

$$I_a = Y_{bus_{new}} V_a \qquad (۳-۱۱)$$

مقایسه روابط (۱۰-۳) و (۱۱-۳) نشان می‌دهد که ماتریس جدید ادمیتانس شین از رابطه زیر محاسبه میشود:

$$Y_{bus_{new}} = Y_1 - Y_2 Y_4^{-1} Y_3 \qquad (۳-۱۲)$$

از آنجائیکه $Y_3 = Y_2^T$، می‌توان نوشت:

$$Y_{bus_{new}} = Y_1 - Y_2 Y_4^{-1} Y_2^T \qquad (۳-۱۳)$$

مثال ۲-۳: چنانچه در سیستم قدرت شکل (۱-۳) در شین ۳ ژنراتور و ترانسفورماتور وجود نداشته‌باشند و فقط شین‌های ۱و۲ دارای ژنراتور و ترانسفورماتور باشند، ماتریس Y_{bus} را بدست آوریدو با حذف شین‌های ۳و۴ ماتریس جدید Y_{bus} (۲ × ۲) را تعیین کنید. سپس سیستم قدرت معادل راکه شامل دو شین است بدست آورید.

حل: ماتریس Y_{bus} برای سیستم مورد نظر عبارتست از:

$$Y_{bus} = j \left[\begin{array}{cc|cc} -9.8 & 0 & 4 & 5 \\ 0 & -8.3 & 2.5 & 5 \\ \hline 4 & 2.5 & -14.5 & 8 \\ 5 & 5 & 8 & -18 \end{array} \right] \quad PU$$

ابتدا معکوس ماتریس Y_4 را بدست می‌آوریم:

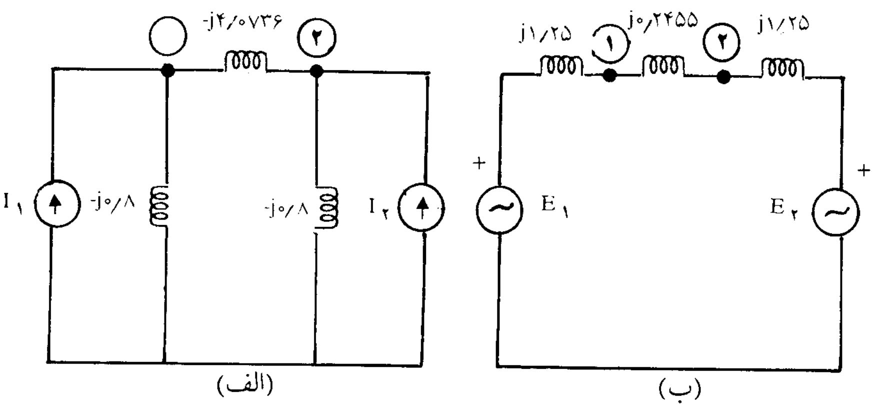
$$Y^{-1}_{۴} = -j\begin{bmatrix} -۱۴/۵ & ۸ \\ ۸ & -۱۸ \end{bmatrix}^{-۱} = -j\,\frac{۱}{۱۹۷}\begin{bmatrix} -۱۸ & -۸ \\ -۸ & -۱۴/۵ \end{bmatrix} = j\begin{bmatrix} ۰/۰۹۱۴ & ۰/۰۴۰ \\ ۰/۰۴۰۶ & ۰/۰۷۳۶ \end{bmatrix}$$

حال ماتریس جدید Y_{bus} را با استفاده از معادله (۱۲-۳) بدست می‌آوریم:

$$Y_{bus_{new}} = j\begin{bmatrix} -۹/۸ & ۰ \\ ۰ & -۸/۳ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۴ & ۵ \\ ۲/۵ & ۵ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۰/۰۹۱۴ & ۰/۰۴۰۶ \\ ۰/۰۴۰۶ & ۰/۰۷۳۶ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۴ & ۲/۵ \\ ۵ & ۵ \end{bmatrix}$$

$$Y_{bus_{new}} = j\begin{bmatrix} -۴/۸۷۳۶ & ۴/۰۷۳۶ \\ ۴/۰۷۳۶ & -۴/۸۷۳۶ \end{bmatrix} \quad PU$$

با توجه به این ماتریس، سیستم قدرت با دو شین ۱و۲ بصورت شکل (۴-۳) معادل‌سازی می‌شود. در شکل (۴-۳الف) مدار معادل با ادمیتانس‌ها و منابع جریان نشان داده شده‌است. اگر منابع جریان به منابع ولتاژ اولیه تبدیل شوند، مدار معادل با امپدانس‌ها و منابع ولتاژ بدست می‌آیند که در شکل (۴-۳ب) مشخص شده‌اند. البته در این سیستم ساده، مدارهای شکل مذکور از تبدیل‌های ستاره - مثلث و سری و موازی کردن امپدانس‌های شکل (۲-۳) هم بدست می‌آیند، لیکن در سیستم‌های واقعی با تعداد شین‌های زیاد و اتصالات مختلف امپدانس‌ها، این عمل غیر ممکن است و روش حذف شین با استفاده از کامپیوتر روش کاملاً مناسب و عملی برای کوچک کردن اندازه سیستم می‌باشد.



شکل ۴-۳: مدار معادل سیستم قدرت مثال ۲-۳ با حذف شین‌های ۳و۴

۳-۴ روش حذف یک شین

در روش فوق‌الذکر باید ماتریس $Y_۴$ معکوس گردد. برای اجتناب از معکوس کردن چنین ماتریسی می‌توان شین‌های سیستم را یک به یک حذف نمود. برای حذف یک شین، ابتدا ماتریس Y_{bus} به ابعاد $n \times n$ را بصورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$Y_{bus} = \left[\begin{array}{cccc|c} \multicolumn{4}{c|}{\overbrace{\hphantom{Y_{۱۱} \quad Y_{۱۲} \quad \cdots Y_{۱j} \cdots}}^{Y_۱}} & \\ Y_{۱۱} & Y_{۱۲} & \cdots & Y_{۱j} \; \cdots & Y_{۱n} \\ Y_{۲۱} & Y_{۲۲} & \cdots & Y_{۲j} \; \cdots & Y_{۲n} \\ \vdots & & & & \\ Y_{i۱} & Y_{i۲} & \cdots & Y_{ij} \; \cdots & Y_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \hline Y_{n۱} & Y_{n۲} & \cdots & Y_{nj} \; \cdots & Y_{nn} \\ \multicolumn{4}{c|}{\underbrace{\hphantom{Y_{n۱} \quad Y_{n۲} \quad \cdots Y_{nj} \cdots}}_{Y_۳}} & \underbrace{\hphantom{Y_{nn}}}_{Y_۴} \end{array}\right] \Big\} Y_۲ \qquad (۳-۱۴)$$

ماتریس Y_{bus} جدید با ابعاد $(n-۱)(n-۱)$ برابر است با:

$$Y_{bus_{new}} = \begin{bmatrix} Y_{۱۱new} & \cdots & Y_{۱jnew} & \cdots \\ \vdots & & & \\ Y_{i۱new} & \cdots & Y_{ijnew} & \cdots \\ \vdots & & \vdots & \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} Y_{۱۱} & \cdots & Y_{۱j} & \cdots \\ \vdots & & & \\ Y_{i۱} & \cdots & Y_{ij} & \cdots \\ \vdots & & & \end{bmatrix} - \frac{۱}{Y_{nn}} \begin{bmatrix} Y_{۱n} \\ \vdots \\ Y_{in} \\ \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{n۱} \cdots & Y_{nj} & \cdots \end{bmatrix}$$

Y_{ijnew} عنصر سطر i و ستون j در ماتریس $Y_{bus_{new}}$ می‌باشد که از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$Y_{ijnew} = Y_{ij} - \frac{Y_{in}\, Y_{nj}}{Y_{nn}} \qquad (۳-۱۵)$$

بنابر این Y_{ijnew} باید به ازاء تمام مقادیر زیر محاسبه شود تا $Y_{bus_{new}}$ بدست آید:

$$i,j = ۱,۲,۳,\ldots,n-۱$$

مثال ۳-۳: در مثال (۲-۳) ابتدا شین ۴ و سپس شین ۳ را حذف کنید و ماتریس Y_{bus} با ابعاد ۲×۲ را بدست آورید.

حل: ماتریس Y_{bus} در مثال ۲-۳ را در نظر بگیرید. برای حذف شین ۴ عناصر Y_{ijnew} را به ازاء $i,j = ۱,۲,۳$ بدست می‌آوریم:

$$Y_{۱۱new} = Y_{۱۱} - \frac{Y_{۱۴}\,Y_{۴۱}}{Y_{۴۴}} = j\,[-۹/۸ - \frac{۵\times۵}{-۱۸}] = -j۸/۴۱۱۱ \text{ PU}$$

$$Y_{۳۳new} = Y_{۳۳} - \frac{Y_{۳۴}\,Y_{۴۳}}{Y_{۴۴}} = j\,[\,۲/۵ - \frac{۸\times۵}{-۱۸}] = j۴/۷۲۲۲ \text{ PU}$$

بهمین ترتیب بقیه عناصر ماتریس را محاسبه می‌کنیم. ماتریس $Y_{bus_{new}}$ با حذف شین ۴ بصورت زیر بدست می‌آید:

$$Y_{bus_{new}} = j\begin{bmatrix} -۸/۴۱۱ & ۱/۳۸۸۹ & ۶/۲۲۲۲ \\ ۱/۳۸۸۹ & -۶/۹۱۱۱ & ۴/۷۲۲۲ \\ ۶/۲۲۲۲ & ۴/۷۲۲۲ & -۱۰/۹۴۴۴ \end{bmatrix} \quad \text{PU}$$

برای حذف شین ۳ نیز باید عناصر Y_{ijnew} را به ازاء $i,j = ۱,۲$ محاسبه کرد:

$$Y_{۱۱new} = Y_{۱۱} - \frac{Y_{۱۳}\,Y_{۳۱}}{Y_{۳۳}} = -j۴/۸۷۳۶ \text{ PU}$$

$$Y_{۲۲new} = Y_{۲۲} - \frac{Y_{۲۳}\,Y_{۳۲}}{Y_{۳۳}} = -j۴/۸۷۳۶ \text{ PU}$$

$$Y_{۱۲new} = Y_{۲۱new} = Y_{۱۲} - \frac{Y_{۱۳}\,Y_{۳۲}}{Y_{۳۳}} = j۴/۰۷۳۶ \text{ PU}$$

$$Y_{bus_{new}} = j\begin{bmatrix} -۴/۸۷۳۶ & ۴/۰۷۳۶ \\ ۴/۰۷۳۶ & -۴/۸۷۳۶ \end{bmatrix} \quad \text{PU}$$

مثال ۴-۳: اگر در شکل (۱-۳) شین ۲ فاقد ترانسفورماتور و ژنراتور باشد و شین‌های ۱و۳ دارای ترانسفورماتور و ژنراتور باشند ماتریس Y_{bus} (۴×۴) را بدست آورده و شین‌های ۲و۴ را حذف کنید.

حلّ: در ماتریس Y_{bus} مثال (۱-۳) جای سطر ۲ و سطر ۳ را عوض می‌کنیم. سپس جای ستون ۲ و ستون ۳ را عوض می‌کنیم تا ماتریس Y_{bus} در رابطه $I = Y_{bus}\ V$ بصورت زیر تبدیل گردد:

$$\left[\begin{array}{c} I_1 \\ I_3 \\ \hline I_2 \\ I_4 \end{array}\right] = j\left[\begin{array}{cc|cc} -9.8 & 4 & 0 & 5 \\ 4 & -15.3 & 2.5 & 8 \\ \hline 0 & 2.5 & -8.3 & 5 \\ 5 & 8 & 5 & -18 \end{array}\right]\left[\begin{array}{c} V_1 \\ V_3 \\ \hline V_2 \\ V_4 \end{array}\right]$$

$$Y_1 = j\begin{bmatrix} -9.8 & 4 \\ 4 & -15.3 \end{bmatrix} \qquad Y_2 = j\begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 2.5 & 8 \end{bmatrix}$$

$$Y_3 = j\begin{bmatrix} 0 & 2.5 \\ 5 & 8 \end{bmatrix} \qquad Y_4 = j\begin{bmatrix} -8.3 & 5 \\ 5 & -18 \end{bmatrix}$$

دانشجویان گرامی می‌توانند بعنوان تمرین با استفاده از رابطه (۱۲-۳) و یا از روش گفته شده در بخش (۴-۳) شین‌های مورد نظر را حذف کرد و Y_{bus} ۲×۲ را بدست آورند.

۵-۳ کاربرد Z_{bus} در تعیین مدار معادل تونن سیستم‌های قدرت

برای بررسی امپدانس‌های مختلف در ماتریس امپدانس شین، ابتدا آنها را با ادمیتانس‌های گره برق مقایسه می‌کنیم. معادله گره یک شبکه را بصورت زیر نشان دادیم:

$$I = Y_{bus}\ V$$

در گره ۲ از یک سیستم سه شینه داریم:

$$I_2 = Y_{21}\ V_1 + Y_{22}\ V_2 + Y_{23} V_3$$

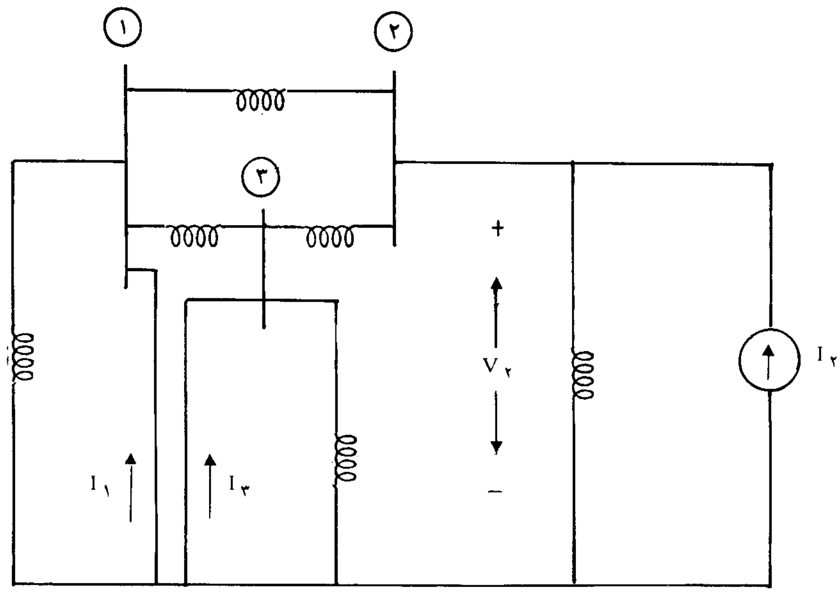
با اتصال کوتاه‌کردن گره‌های (شینهای) ۱و۳ و تزریق جریان I_2 به شین ۲ داریم:

$$Y_{22} = \frac{I_2}{V_2}\bigg|_{\ V_1 = V_3 = 0} \qquad (۳-۱۶)$$

در شکل (۵-۳) اتصال کوتاه شین‌های ۱ و ۳ به نقطه صفر شبکه نشان داده شده‌است. از این مدار، $Y_{۱۲}$ نیز بدست می‌آید:

$$Y_{۱۲} = \frac{I_{۱}}{V_{۲}} \Bigg|_{V_{۱} = V_{۳} = ۰}$$

بقیه عناصر ماتریس Y_{bus} نیز از روش مشابهی قابل تعیین هستند.



شکل ۵-۳: مدار لازم برای اندازه‌گیری $Y_{۳۲}$ ، $Y_{۱۲}$ ، $Y_{۲۲}$

حال معادله زیر را در نظر بگیرید:

$$V = Z_{bus} \, I$$

و یا

$$\begin{bmatrix} V_{۱} \\ V_{۲} \\ V_{۳} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{۱۱} & Z_{۱۲} & Z_{۱۳} \\ Z_{۲۱} & Z_{۲۲} & Z_{۲۳} \\ Z_{۳۱} & Z_{۳۲} & Z_{۳۳} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{۱} \\ I_{۲} \\ I_{۳} \end{bmatrix}$$

از معادله اخیر Z_{22} را بدست می‌آوریم:

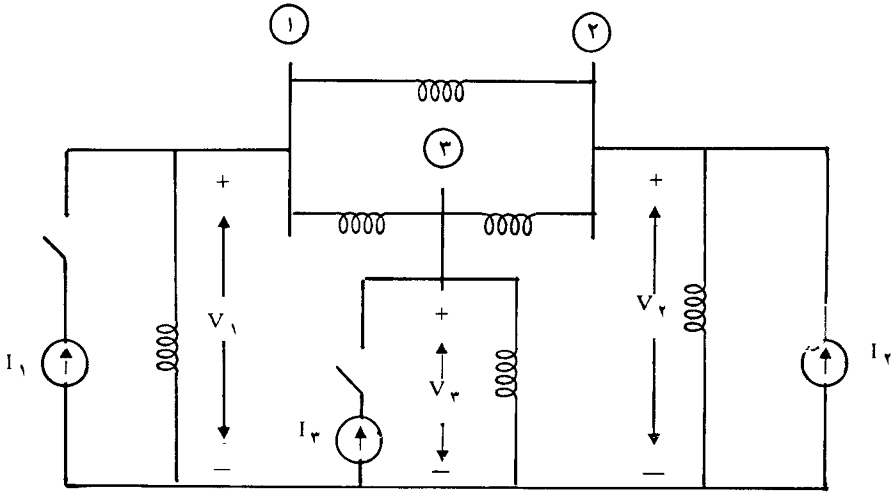
$$V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 + Z_{23} I_3$$

$$Z_{22} = \frac{V_2}{I_2} \bigg|_{\; I_1 = I_3 = 0} \qquad (3\text{-}17)$$

بنابر این Z_{22} با بازکردن منابع جریان متصل به شین‌های ۱و ۳ بدست می‌آید. این وضعیت در شکل (۶-۳) نشان داده شده‌است، از شکل مذکور می‌توان Z_{12} و Z_{32} را هم بدست آورد:

$$Z_{12} = \frac{V_1}{I_2} \bigg|_{\; I_1 = I_3 = 0}$$

$$Z_{32} = \frac{V_3}{I_2} \bigg|_{\; I_1 = I_3 = 0}$$



شکل ۶-۳: مدار لازم برای اندازه‌گیری Z_{22} ، Z_{12} ، Z_{32}

عناصر ماتریس Y_{bus} با تزریق جریان به یک شین و اتصال کوتاه شین‌های دیگر بدست می‌آیند، در حالیکه عناصر Z_{bus} با تزریق جریان به یک شین و مدار باز شین‌های دیگر تعیین می‌گردند.

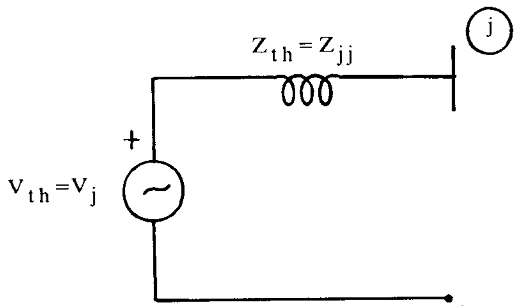
اگر بخواهیم امپدانس تونن از دیدگاه شین ۲ را بدست آوریم، طبق تعریف امپدانس تونن باید منابع جریان متصله به نقاط ۱و۳ را باز کرده و نسبت $V_۲$ به $I_۲$ را بدست آوریم:

$$Z_{th} = \frac{V_۲}{I_۲}\Bigg|_{\,I_۱ = I_۳ = ۰} \qquad (۳-۱۸)$$

مقایسه روابط (۱۷-۳) و (۱۸-۳) نشان می‌دهد که امپدانس تونن از دیدگاه شین شماره ۲ برابر است با:

$$Z_{th} = Z_{۲۲} \qquad (۳-۱۹)$$

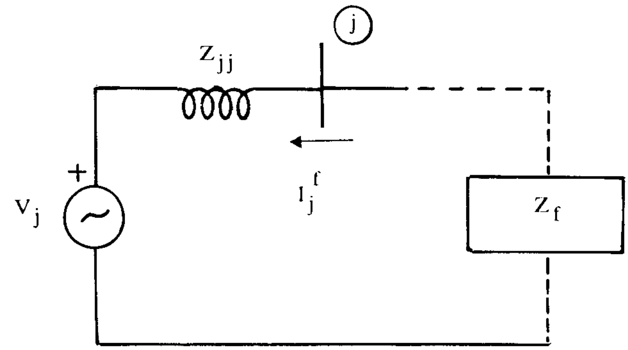
مدار معادل تونن یک سیستم قدرت در حالت کلی از دیدگاه شین شماره j در شکل (۷-۳) نشان داده شده‌است:



شکل ۷-۳: مدار معادل تونن سیستم قدرت از دیدگاه شین شماره j

براثر ایجاد هرگونه ارتباطی بین شین j و نقطه صفر سیستم (مثلاً از طریق امپدانس Z_f) جریانی معادل I_j^f به شین j تزریق می‌گردد. این ارتباط ممکن است با اتصال خازن، راکتور، بار، و ... و یا اتصال کوتاه متقارن صورت گیرد. شکل (۸-۳) این ارتباط و جریان تزریقی I_j^f را نشان میدهد. تزریق این جریان باعث می‌شود که ولتاژ شین j و همچنین ولتاژ دیگر شین‌های سیستم تغییر نماید.

برای تعیین مقادیر جدید ولتاژها باید دقت نمود که جریان تزریقی به شین j از مقدار I_j به $I_j + I_j^f$ تغییر یافته است، لذا بدون اینکه Z_{bus} را تغییر دهیم تأثیر اتصال Z_f را فقط به صورت منبع جریان جدید I_j^f در بردار جریان شین وارد کنیم. اگر ولتاژ شین شماره i را پس از اتصال امپدانس Z_f با V_{inew} نشان دهیم، داریم:



شکل ۸-۳: اتصال امپدانس Z_f به شین شماره j

$$\begin{bmatrix} V_{1new} \\ \vdots \\ V_{inew} \\ \vdots \\ V_{jnew} \\ \vdots \\ V_{nnew} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & \cdots & Z_{1i} & \cdots & Z_{1j} & \cdots & Z_{1n} \\ \vdots \\ Z_{i1} & \cdots & Z_{ii} & \cdots & Z_{ij} & \cdots & Z_{in} \\ \vdots \\ Z_{j1} & \cdots & Z_{ji} & \cdots & Z_{jj} & \cdots & Z_{jn} \\ \vdots \\ Z_{n1} & \cdots & Z_{ni} & \cdots & Z_{nj} & \cdots & Z_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_i \\ \vdots \\ I_j \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix}$$

از این رابطه ولتاژ V_{inew} را محاسبه می‌کنیم:

$$V_{inew} = Z_{i1}I_1 + \dots + Z_{ij}(I_j + I_j^f) + \dots Z_{in}I_n$$

$$V_{inew} = \underbrace{Z_{i1}I_1 + \dots + Z_{ij}I_j + \dots + Z_{in}I_n + Z_{ij}I_j^f}_{V_i} + Z_{ij}I_j^f$$

$$V_{inew} = V_i + Z_{ij}I_j^f \qquad (۳-۲۰)$$

این رابطه ولتاژ شین i پس از ایجاد جریان I_j^f را برحسب V_j، ولتاژ اولیه شین j، نشان می‌دهد. اگر ارتباط شین j با نقطه صفر سیستم از طریق امپدانس Z_f برقرار باشد، I_j^f بـه ایـن صـورت محاسبه می‌شود:

$$I_j^f = -\frac{V_j}{Z_{jj} + Z_f} \qquad (۳-۲۱)$$

معادله (۳-۲۰) را می‌توان بصورت ماتریس بیان نمود:

$$V_{new} = V + Z_{bus}\, I^f \qquad (۳-۲۲)$$

در این رابطه V_{new} بردار ولتاژ شین پس از برقراری جریان I^f و V بردار اولیه ولتاژ شین می‌باشند که بترتیب زیر تعریف می‌شوند:

$$V_{new} = \begin{bmatrix} V_{1new} \\ V_{2new} \\ \vdots \\ V_{inew} \\ \vdots \\ V_{nnew} \end{bmatrix} , \quad V = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_i \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} \qquad (۳-۲۳)$$

همچنین I^f بردار جریان تزریقی جدید به شین‌ها است. اگر در شین شماره j جریان تزریقی جدید برابر I_j^f باشد بردار I^f بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$I^f = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ I_j^f \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (۳-۲۴)$$

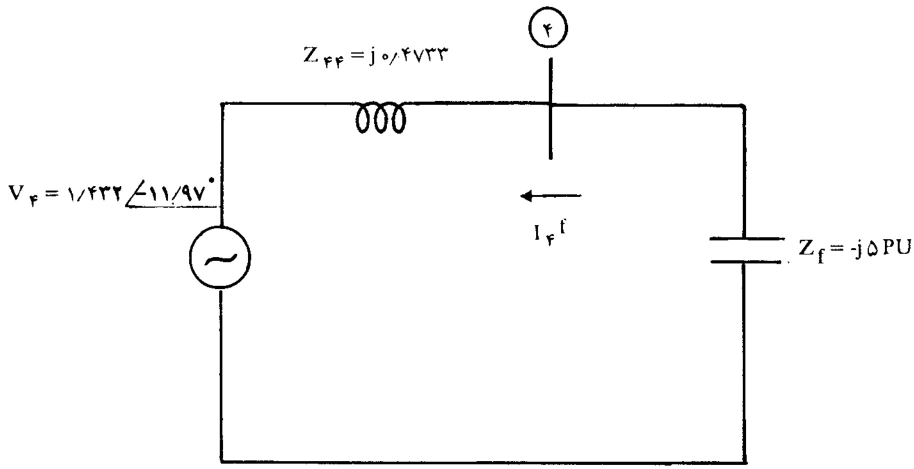
مثال ۵-۳: در مثال (۱-۳) اگر خازنی به قدرت ۲۰MVA و ولتاژ ۱۳۲KV در محل شین ۴ نصب شود، جریان خازن و ولتاژ شین‌ها پس از نصب خازن را محاسبه کنید.

حلّ: چون ولتاژ خازن با ولتاژ مبنای سیستم در محل شین ۴ برابر است، داریم:

$$X_c = \frac{S_b}{Q} = \frac{۱۰۰}{۲۰} = ۵\ \text{PU}$$

$$Z_f = -jX_c = -j۵\ \ \text{PU}$$

مدار معادل تونن سیستم از دیدگاه شین ۴ در شکل (۹-۳) رسم شده و خازن با امپدانس Z_f=-j۵PU به آن وصل شده‌است.



شکل ۹-۳: نصب خازن در محل شین ۴ سیستم قدرت شکل (۲-۳)

جریان $I_۴^f$ که در شکل (۹-۳) نشان داده شده‌است برابر است با:

$$I_۴^f = -\frac{V_۴}{Z_{۴۴} + Z_f} = -\frac{۱/۴۳۲ \angle -۱۱/۹۷^\circ}{j(۰/۴۷۳۳ - ۵)} = ۰/۳۱۶ \angle -۱۰۲/۹۷^\circ \quad \text{PU}$$

ولتاژ شین‌های ۱و۲و۳و۴ با توجه به رابطه (۲۰-۳) بدست می‌آیند:

$$V_{۱new} = V_۱ + Z_{۱۴}I_۴^f = ۱/۴۳۶ \angle \underline{-۱۰/۷۱^\circ} + j\, ۰/۴۱۴۲ \times ۰/۳۱۶ \angle \underline{-۱۰۲/۹۷^\circ}$$

$$= ۱/۵۶۷ \angle \underline{-۱۰/۸۱^\circ} \quad PU$$

$$V_{۲new} = V_۲ + Z_{۲۴}I_۴^f = ۱/۴۲۷ \angle \underline{-۱۴/۲^\circ} + j\, ۰/۴۱۲۶ \times ۰/۳۱۶ \angle \underline{-۱۰۲/۹۷^\circ}$$

$$= ۱/۵۵۷ \angle \underline{-۱۴/۰۴^\circ} \quad PU$$

$$V_{۳new} = V_۳ + Z_{۳۴}I_۴^f = ۱/۴۳۴ \angle \underline{-۱۱/۴^\circ} + j\, ۰/۴۲۳۲ \times ۰/۳۱۶ \angle \underline{-۱۰۲/۹۷^\circ}$$

$$= ۱/۵۶۸ \angle \underline{-۱۱/۴۱^\circ} \quad PU$$

$$V_{۴new} = V_۴ + Z_{۴۴}I_۴^f = ۱/۴۳۲ \angle \underline{-۱۱/۹۷^\circ} + j\, ۰/۴۷۳۳ \times ۰/۳۱۶ \angle \underline{-۱۰۲/۹۷^\circ}$$

$$= ۱/۵۸۲ \angle \underline{-۱۱/۹۷^\circ} \quad PU$$

۶-۳ ترمیم ماتریس امپدانس شین

از آنجائیکه ماتریس Z_{bus} در محاسبات سیستم‌های قدرت نقش مهمی دارد بنابر این ترمیم آن براثر اضافه‌شدن شین‌های جدید و یا اتصال امپدانس‌های جدید نیز حائز اهمیت فراوان است. بدیهی است که براثر این تغییرات جدید می‌توان ماتریس جدیدی برای Y_{bus} تشکیل داد و با معکوس نمودن آن ماتریس Z_{bus} جدید (ترمیم یافته) را بدست آورد، لیکن برای اجتناب از معکوس کردن ماتریس‌های بزرگ، ماتریس امپدانس شین را مستقیماً با تغییرات لازم ترمیم می‌کنیم. توانائی در ترمیم ماتریس امپدانس شین موجب می‌شود تا بتوانیم این ماتریس را به روش مستقیم نیز تشکیل دهیم. در اینجا حالت‌های مختلف ترمیم را با اضافه کردن شاخه‌ای که دارای امپدانس Z_b است، برروی ماتریس Z_{bus} مورد بررسی قرار می‌دهیم. ماتریس امپدانس شین اولیه را با Z_{orig} نشان می‌دهیم که یک ماتریس با ابعاد $n \times n$ است. برای ترمیم Z_{bus} چهار حالت را در نظر می‌گیریم:

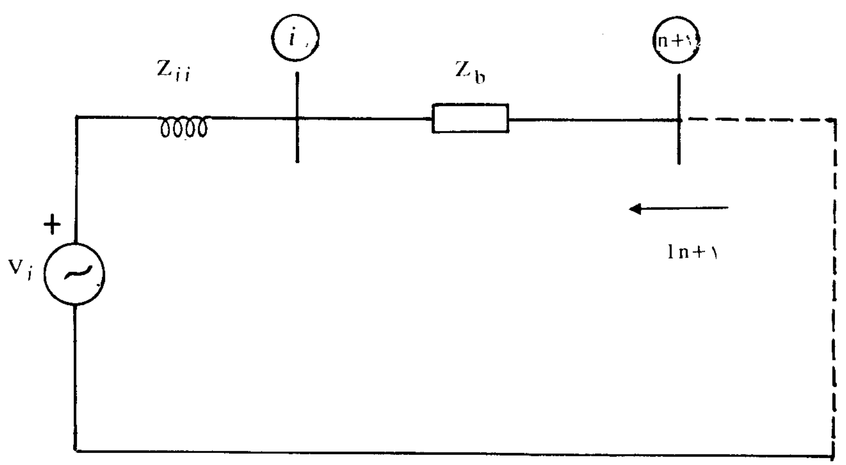
حالت اول: اضافه شدن امپدانس Z_b بین شین جدید و نقطه صفر

در این حالت شین جدید به هیچیک از شین‌های موجود سیستم اتصال ندارد، تعداد شین‌ها از n به n+۱ افزایش یافته است و لذا ماتریس امپدانس شین جدید دارای ابعاد (n+۱)(n+۱) خواهد بود. اگر ولتاژ شین جدید را با V_{n+1} و جریان تزریقی به آنرا با I_{n+1} نشان دهیم داریم:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \\ \hline V_{n+1} \end{bmatrix} = \underbrace{\left[\begin{array}{cccc|c} & & & & 0 \\ & Z_{orig} & & & 0 \\ & & & & \vdots \\ & & & & 0 \\ \hline 0 & 0 & \cdots\cdots & 0 & Z_b \end{array}\right]}_{Z_{bus(new)}} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \\ \hline I_{n+1} \end{bmatrix} \qquad (۳-۲۵)$$

حالت دوم: اضافه شدن امپدانس Z_b بین شین جدید و شین موجود شماره i

مدار معادل تونن سیستم قدرت را از دیدگاه شین i رسم می‌کنیم و امپدانس Z_b را بین شین جدید n+۱ و شین i متصل می‌کنیم. شکل (۱۰-۳) این اتصال را نشان می‌دهد.



شکل ۱۰-۳: اتصال امپدانس Z_b بین شین موجود i و شین جدید n+۱

جریان و ولتاژ شین جدید را بترتیب با I_{n+1} و V_{n+1} نشان می‌دهیم. با توجه به شکل (۱۰-۳) داریم:

$$V_{n+1} = V_i + (Z_{ii} + Z_b)\, I_{n+1} \qquad (۳-۲۶)$$

در این رابطه V_i ولتاژ شین i قبل از اتصال امپدانس Z_b است که مقدار آن از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$V_i = Z_{i1} I_1 + Z_{i2} I_2 + \dots + Z_{in} I_n$$

با جایگزینی این مقدار V_i در معادله (۲۶-۳) خواهیم داشت:

$$V_{n+1} = Z_{i1} I_1 + Z_{i2} I_2 + \dots + Z_{in} I_n + (Z_{ii} + Z_b)\, I_{n+1} \qquad (۳-۲۷)$$

بنابر این تعداد معادلات ولتاژ و جریان سیستم از n به n+۱ معادله می‌رسد. این معادلات بصورت ماتریس بترتیب زیر نشان داده شده‌اند:

$$\left[\begin{array}{c} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \\ \hline V_{n+1} \end{array}\right] = \underbrace{\left[\begin{array}{ccc|c} & & & Z_{1i} \\ & Z_{orig} & & Z_{2i} \\ & & & \vdots \\ & & & Z_{ni} \\ \hline Z_{i1} & Z_{i2} \;\dots & Z_{in} & Z_{ii} + Z_b \end{array}\right]}_{Z_{bus(new)}} \left[\begin{array}{c} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \\ \hline I_{n+1} \end{array}\right] \qquad (۳-۲۸)$$

لذا تشکیل جدید ماتریس Z_{bus} به این صورت خواهد بود که به ماتریس قبلی امپدانس شین (Z_{orig}) یک سطر و یک ستون اضافه می‌شود. سطر n+۱ تکرار سطر شماره i و ستون n+۱ تکرار ستون شماره i می‌باشند. آخرین عنصر سطر و ستون n+۱ نیز به $Z_{ii} + Z_b$ خواهدبود.

حالت سوم: اضافه شدن امپدانس Z_b بین شین موجود i و نقطه صفر

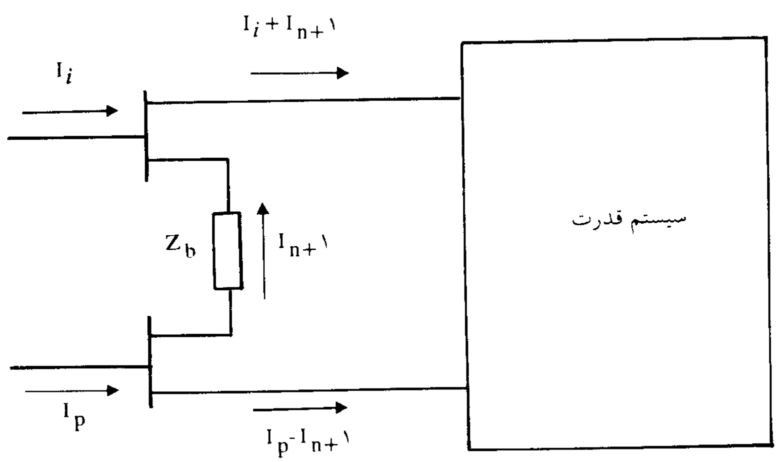
این حالت را می‌توان حالت خاصی از حالت دوم در نظر گرفت که در آن شین جدید n+۱ همان نقطه صفر سیستم می‌باشد. بنابر این مطابق معادله (۲۸-۳) ابتدا سطر شماره i را در سطر n+۱ تکرار می‌کنیم و همچنین ستون شماره i را در ستون جدید n+۱ تکرار می‌کنیم. آخرین عنصر سطر و ستون n+۱ نیز $Z_{ii} + Z_b$ خواهد بود و به این ترتیب با اضافه شدن شین جدید n+۱ (نقطه صفر سیستم) ماتریس Z_{bus} با ابعاد (n+۱)(n+۱) بدست می‌آید. سپس از آنجائیکه

ولتاژ نقطه صفر (V_{n+1}) برابر صفر است، می‌توان ماتریس فوق را با استفاده از رابطه زیر به ماتریس n×n تبدیل نمود:

$$Z_{jk_{new}} = Z_{jk} - \frac{Z_{j(n+1)}\, Z_{(n+1)k}}{Z_{ii} + Z_b} \qquad (۳-۲۹)$$

حالت چهارم: اضافه شدن امپدانس Z_b بین دو شین موجود i و p

در شکل (۱۱-۳) اتصال امپدانس Z_b بین دو شین موجود i و p از سیستم نشان داده شده‌است. همانطوریکه مشاهده می‌شود با عبور جریان I_{n+1} از Z_b، جریان تزریقی به شین i از مقدار I_i به $I_i + I_{n+1}$ و جریان تزریقی به شین p از I_p به $I_p - I_{n+1}$ تغییر می‌یابند.



شکل ۱۱-۳: اضافه شدن امپدانس Z_b بین دو شین موجود i و p

معادلات تعیین ولتاژ شین‌ها را می‌توان به ترتیب زیر نوشت:

$$\begin{aligned}
V_1 &= Z_{11} I_1 + \dots + Z_{1i}(I_i + I_{n+1}) + \dots + Z_{1p}(I_p - I_{n+1}) + \dots \\
&\vdots \\
V_i &= Z_{i1} I_1 + \dots + Z_{ii}(I_i + I_{n+1}) + \dots + Z_{ip}(I_p - I_{n+1}) + \dots \\
&\vdots \\
V_p &= Z_{p1} I_1 + \dots + Z_{pi}(I_i + I_{n+1}) + \dots + Z_{pp}(I_p - I_{n+1}) + \dots \\
&\vdots
\end{aligned}$$

این معادلات را بصورت زیر مرتب می‌کنیم:

$$\begin{aligned}
V_1 &= Z_{11} I_1 + \dots + Z_{1i} I_i + \dots + Z_{1p} I_p + \dots + (Z_{1i} - Z_{1p}) I_{n+1} \\
&\vdots \\
V_i &= Z_{i1} I_1 + \dots + Z_{ii} I_i + \dots + Z_{ip} I_p + \dots + (Z_{ii} - Z_{ip}) I_{n+1} \qquad (۳-۳۰) \\
&\vdots \\
V_p &= Z_{p1} I_1 + \dots + Z_{pi} I_i + \dots + Z_{pp} I_p + \dots + (Z_{pi} - Z_{pp}) I_{n+1} \\
&\vdots \qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots
\end{aligned}$$

جریان I_{n+1} برحسب ولتاژ شین‌های i و p برابر است با:

$$I_{n+1} = \frac{V_p - V_i}{Z_b}$$

و یا:

$$0 = V_i - V_p + Z_b I_{n+1} \qquad (۳-۳۱)$$

مقادیر V_i و V_p از معادله (۳-۳۰) را در رابطه (۳-۳۱) جایگزین می‌کنیم و با در نظر گرفتن تساوی Z_{ip} و Z_{pi} خواهیم داشت:

$$0 = (Z_{i1} - Z_{p1}) I_1 + \dots + (Z_{ii} - Z_{pi}) I_i + \dots + (Z_{ip} - Z_{pp}) I_p$$

$$+ \dots + (Z_{ii} + Z_{pp} - 2Z_{ip} + Z_b) I_{n+1} \qquad (۳-۳۲)$$

با اضافه شدن این معادله به معادله اولیه $V = Z_{orig} I$ ، رابطه ولتاژ شین‌ها و جریان شین‌ها بصورت زیر خواهد بود:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_i \\ \vdots \\ V_p \\ \vdots \\ V_n \\ \hline 0 \end{bmatrix} = \underbrace{\left[\begin{array}{c|c} & Z_{1i} - Z_{1p} \\ & \vdots \\ & Z_{ii} - Z_{ip} \\ Z_{orig} & \vdots \\ & Z_{pi} - Z_{pp} \\ & \vdots \\ & Z_{ni} - Z_{np} \\ \hline (Z_{i1}-Z_{p1}) \ \dots (Z_{ip}-Z_{pp}) \ \dots & Z_{n+1} \end{array}\right]}_{Z_{bus(n+1)}} \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_i \\ \vdots \\ I_p \\ \vdots \\ I_n \\ \hline I_{n+1} \end{bmatrix} \qquad (۳-۳۳)$$

در اینجا Z_{n+1} طبق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$Z_{n+1} = Z_{ii} + Z_{pp} - 2Z_{ip} + Z_b \qquad (۳-۳۴)$$

ماتریس $Z_{bus(n+1)}$ در معادله (۳-۳۳) به این ترتیب تشکیل میشود که اختلاف عناصر نظیر به نظیر از سطر i و p در سطر n+1، و اختلاف عناصر نظیر به نظیر از ستون i و p در ستون n+1 قرار می‌گیرند و آخرین عنصر سطر و ستون n+1 نیز از رابطه (۳-۳۴) تعیین می‌گردد.

چون $V_{n+1} = 0$ است لذا می‌توان ماتریس $Z_{bus(n+1)}$ را با استفاده از رابطه زیر به ماتریس n×n تبدیل نمود و ماتریس نهائی امپدانس شین $Z_{bus_{new}}$ را بدست آورد که ابعاد آن n×n خواهد بود:

$$Z_{jk_{new}} = Z_{jk} - \frac{Z_{j(n+1)}\,Z_{(n+1)k}}{Z_{n+1}} \qquad (۳-۳۵)$$

مثال ۳-۶: در مثال (۳-۱) خازنی با راکتانس ۵ PU بین شین ۴ و نقطه صفر سیستم متصل می‌کنیم (در شکل ۳-۳). ماتریس جدید امپدانس شین را بدست آورید. سپس ولتاژ جدید شین ۴ پس از نصب این خازن را بدست آورده با مقدار محاسبه شده در مثال (۳-۵) مقایسه نمائید.

حلّ: ماتریس Z_{bus} در مثال (۳-۱) بترتیب زیر بدست آمده است که آنرا با Z_{oig} نشان می‌دهیم:

$$Z_{orig} = j\begin{bmatrix} ۰/۴۷۷۴ & ۰/۳۷۰۶ & ۰/۴۰۲۰ & ۰/۴۱۴۲ \\ ۰/۳۷۰۶ & ۰/۴۸۷۲ & ۰/۳۹۲۲ & ۰/۴۱۲۶ \\ ۰/۴۰۲۰ & ۰/۳۹۲۲ & ۰/۴۵۵۸ & ۰/۴۲۳۲ \\ ۰/۴۱۴۲ & ۰/۴۱۲۶ & ۰/۴۲۳۲ & ۰/۴۷۳۳ \end{bmatrix}$$

با استفاده از رابطه (۳-۲۸) و به ازاء i=۴ و $Z_b = -j۵\ PU$ داریم:

$$Z_{۵۵} = Z_{۴۴} + Z_b = j\ ۰/۴۷۳۳ - j\ ۵ = -j\ ۴/۵۲۶۷\ \ PU$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ \hline 0 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cccc|c} & & & & j0/4142 \\ & Z_{orig} & & & j0/4126 \\ & & & & j0/4232 \\ & & & & j0/4733 \\ \hline j0/4142 & j0/4126 & j0/4232 & j0/4733 & -j4/5267 \end{array}\right] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ \hline I_5 \end{bmatrix}$$

حال با توجه به معادله (۲۹-۳) می‌توانیم یک سطر و یک ستون از ماتریس ۵×۵ بدست آمده فوق را حذف کنیم تا ماتریس نهائی و ترمیم شده Z_{bus} بدست آید: دو نمونه از محاسبه عناصر ماتریس جدید امپدانس شین مطابق زیر می‌باشد:

$$Z_{11} = j\ (0/4774 - \frac{0/4142 \times 0/4142}{-4/5267}) = j\ 0/5153$$

$$Z_{24} = j\ (0/4126 - \frac{0/4733 \times 0/4126}{-4/5267}) = j\ 0/4557$$

ماتریس ترمیم شده عبارتست از:

$$Z_{bus(new)} = j \begin{bmatrix} 0/5153 & 0/4084 & 0/4407 & 0/4575 \\ 0/4084 & 0/5248 & 0/4308 & 0/4557 \\ 0/4407 & 0/4308 & 0/4954 & 0/4674 \\ 0/4575 & 0/4557 & 0/4674 & 0/5228 \end{bmatrix}$$

ولتاژ شین ۴ پس از نصب خازن مذکور برابر است با:

$$V_4 = Z_{41}\ I_1 + Z_{42}\ I_2 + Z_{43}\ I_3 + Z_{44}\ I_4$$

$$= j\ 0/4575\ (-j\ 1/2) + j\ 0/4557\ (-0/72 - j\ 0/96) + j\ 0/4674(-j1/2)$$

$$= 1/582\ \angle \underline{-11/97^\circ} \quad PU$$

که با مقدار محاسبه شده در مثال (۵-۳) برابر می‌باشد.

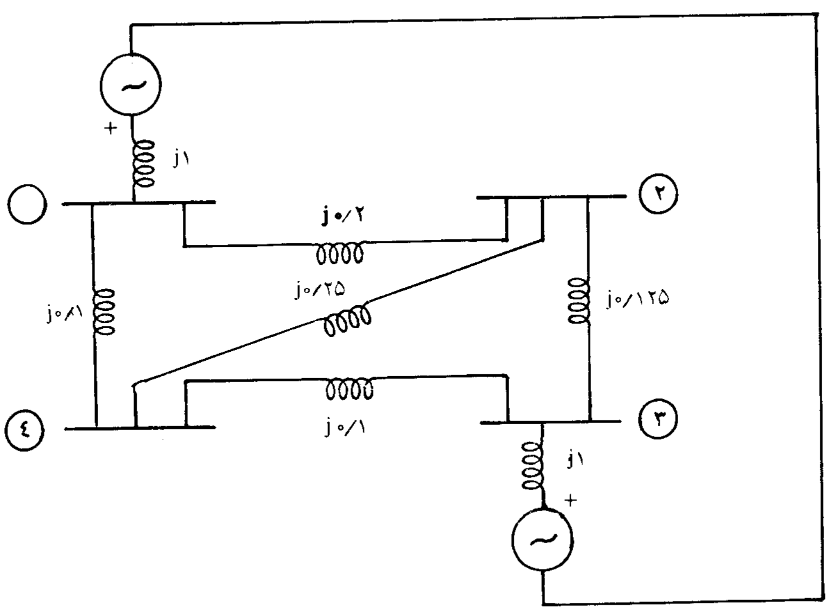
۷-۳ روش مستقیم تشکیل Z_{bus}

همانطوریکه دیدیم برای تعیین Z_{bus} ابتدا باید ماتریس Y_{bus} را بدست آورده و آنرا معکوس نمائیم. در سیستم‌های قدرت بزرگ تشکیل ماتریس Z_{bus} از روش مستقیم ساده‌تر بوده و در ضمن دقت کمتری نیاز دارد. برای تشکیل ماتریس Z_{bus} ابتدا از یک شین که توسط امپدانس Z_a به نقطه صفر سیستم متصل است شروع می‌کنیم و معادله آنرا بصورت زیر می‌نویسیم:

$$V_1 = Z_a I_1$$

Z_a در اینجا یک ماتریس Z_{bus} با ابعاد ۱×۱ می‌باشد. حال با اضافه کردن شین‌های جدید و همچنین اضافه نمودن امپدانس بین شین‌ها بتدریج Z_{bus} را ترمیم می‌نمائیم تا در انتها با تأثیر کلیه امپدانس‌های سیستم Z_{bus} بدست آید.

مثال ۷-۳: دیاگرام امپدانس یک سیستم قدرت در شکل (۱۲-۳) نشان داده شده است. ماتریس امپدانس شین Z_{bus} را برای این سیستم از روش مستقیم بدست آورید.



شکل ۱۲-۳: مربوط به مثال ۷-۳

حلّ: ابتدا معادله ولتاژ و جریان را برای شین ۱ می‌نویسیم:

$$V_1 = j1 I_1$$
$$Z_{bus_1} = j1 \quad PU$$

امپدانس $Z_b = j\,0/2$ PU را بین شین موجود ۱ و شین جدید ۲ در نظر گرفته و مطابق حالت دوم ترمیم Z_{bus} داریم:

$$Z_{bus_2} = \begin{bmatrix} j1 & j1 \\ j1 & j1/2 \end{bmatrix} \quad PU$$

امپدانس $Z_b = j\,0/125$ PU را بین شین موجود ۲ و شین جدید ۳ در نظر می‌گیریم. در اینصورت خواهیم داشت:

$$Z_{bus_3} = \left[\begin{array}{cc|c} j1 & j1 & j1 \\ j1 & j1/2 & j1/2 \\ \hline j1 & j1/2 & j1/325 \end{array}\right]$$

مقدار $Z_{33} = j\,1/325$ بطریق زیر محاسبه شده‌است:

$$Z_{33} = Z_{22} + Z_b = j\,1/2 + j\,0/125 = j\,1/325 \text{ PU}$$

با توجه به اتصال امپدانس $Z_b = j1$ PU بین شین موجود ۳ و نقطه صفر سیستم و براساس حالت سوم ترمیم Z_{bus} می‌توان نوشت:

$$Z_{bus_3'} = j\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 1 & 1/2 & 1/325 & 1/325 \\ \hline 1 & 1/2 & 1/325 & 2/325 \end{array}\right] \quad PU$$

در اینجا نیز $Z_{44} = j\ 2/325$ مطابق زیر بدست آمده‌است:

$$Z_{44} = Z_{33} + Z_b = j\ 1/325 + j\ 1 = j\ 2/325\ PU$$

ماتریس ۴×۴ فوق را به ماتریس ۳×۳ تبدیل می‌کنیم، دو نمونه از محاسبه عناصر آن در زیر آمده‌است:

$$Z_{11} = j\ [\ 1 - \frac{1 \times 1}{2/325}\ ] = j\ 0/57\ \ PU$$

$$Z_{23} = j\ (\ 1/2 - \frac{1/2 \times 1/325}{2/325}) = j\ 0/516\ \ PU$$

$$Z_{bus4} = j \begin{bmatrix} 0/57 & 0/484 & 0/43 \\ 0/484 & 0/581 & 0/516 \\ 0/43 & 0/516 & 0/57 \end{bmatrix} \quad PU$$

حال امپدانس $Z_b = j\ 0/1\ PU$ را بین شین موجود ۳ و شین جدید ۴ در نظر می‌گیریم. با توجه به حالت دوم ترمیم Z_{bus} خواهیم داشت:

$$Z_{bus5} = j \left[\begin{array}{ccc|c} 0/57 & 0/484 & 0/43 & 0/43 \\ 0/484 & 0/581 & 0/516 & 0/516 \\ 0/43 & 0/516 & 0/57 & 0/57 \\ \hline 0/43 & 0/516 & 0/57 & 0/67 \end{array}\right] \quad PU$$

امپدانس $Z_b = j\ 0/1\ PU$ بین دو شین موجود ۱و۴ متصل شده‌است، لذا براساس حالت چهارم ترمیم Z_{bus} داریم:

$$Z_{bus۶'} = j\left[\begin{array}{cccc|c} ۰/۵۷ & ۰/۴۸۴ & ۰/۴۳ & ۰/۴۳ & ۰/۱۴ \\ ۰/۴۸۴ & ۰/۵۸۱ & ۰/۵۱۶ & ۰/۵۱۶ & -۰/۰۳۲ \\ ۰/۴۳ & ۰/۵۱۶ & ۰/۵۷ & ۰/۵۷ & -۰/۱۴ \\ ۰/۴۳ & ۰/۵۱۶ & ۰/۵۷ & ۰/۶۷ & -۰/۲۴ \\ \hline ۰/۱۴ & -۰/۰۳۲ & -۰/۱۴ & -۰/۲۴ & ۰/۴۸ \end{array}\right] \quad PU$$

ماتریس فوق باید به یک ماتریس ۴×۴ تبدیل شود. سه نمونه از محاسبه عناصر ماتریس جدید بترتیب زیر است:

$$Z_{۲۲} = j\left(۰/۵۸۱ - \frac{۰/۰۳۲ \times ۰/۰۳۲}{۰/۴۸}\right) = j\ ۰/۵۷۹ \quad PU$$

$$Z_{۱۳} = j\left(۰/۴۳ + \frac{۰/۱۴ \times ۰/۱۴}{۰/۴۸}\right) = j\ ۰/۴۷۱ \quad PU$$

$$Z_{۲۴} = j\left(۰/۵۱۶ - \frac{۰/۰۳۲ \times ۰/۲۴}{۰/۴۸}\right) = j\ ۰/۵ \quad PU$$

$$Z_{bus۶} = j\begin{bmatrix} ۰/۵۲۹ & ۰/۴۹۳ & ۰/۴۷۱ & ۰/۵ \\ ۰/۴۹۳ & ۰/۵۷۹ & ۰/۵۰۷ & ۰/۵ \\ ۰/۴۷۱ & ۰/۵۰۷ & ۰/۵۲۹ & ۰/۵ \\ ۰/۵ & ۰/۵ & ۰/۵ & ۰/۵۵ \end{bmatrix} \quad PU$$

حال با در نظر گرفتن امپدانس $Z_b = j\ ۰/۲۵$ PU بین شین‌های ۲ و ۴ و با استفاده از محاسبات حالت چهارم ترمیم Z_{bus} می‌توان نوشت:

$$Z_{bus۷'} = j\left[\begin{array}{cccc|c} ۰/۵۲۹ & ۰/۴۹۳ & ۰/۴۷۱ & ۰/۵ & -۰/۰۰۷ \\ ۰/۴۹۳ & ۰/۵۷۹ & ۰/۵۰۷ & ۰/۵ & ۰/۰۷۹ \\ ۰/۴۷۱ & ۰/۵۰۷ & ۰/۵۲۹ & ۰/۵ & ۰/۰۰۷ \\ ۰/۵ & ۰/۵ & ۰/۵ & ۰/۵۵ & -۰/۰۵ \\ \hline -۰/۰۰۷ & ۰/۰۷۹ & ۰/۰۰۷ & -۰/۰۵ & ۰/۳۷۹ \end{array}\right] \quad PU$$

با تبدیل ماتریس فوق به ماتریس ۴×۴ ماتریس نهائی Z_{bus} بدست می‌آید. سه مقدار از عناصر ماتریس Z_{bus} بعنوان نمونه محاسبه شده‌اند:

$$Z_{۳۳} = j\,(\,۰/۵۲۹ - \frac{۰/۰۰۷ \times ۰/۰۰۷}{۰/۳۷۹}\,) = j\ ۰/۵۲۹\ \ PU$$

$$Z_{۱۲} = j\,(\,۰/۴۹۳ + \frac{۰/۰۰۷ \times ۰/۰۷۹}{۰/۳۷۹}\,) = j\ ۰/۴۹۴\ \ PU$$

$$Z_{۳۴} = j\,(\,۰/۵ + \frac{۰/۰۰۷ \times ۰/۰۵}{۰/۳۷۹}\,) = j\ ۰/۵۰۱\ \ PU$$

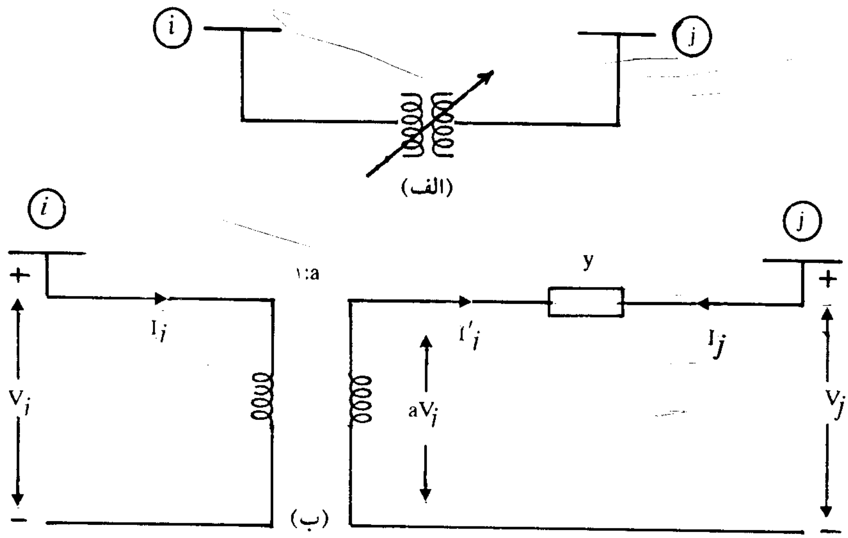
$$Z_{bus} = j \begin{bmatrix} ۰/۵۲۹ & ۰/۴۹۴ & ۰/۴۷۱ & ۰/۴۹۹ \\ ۰/۴۹۴ & ۰/۵۶۳ & ۰/۵۰۵ & ۰/۵۱۰ \\ ۰/۴۷۱ & ۰/۵۰۵ & ۰/۵۲۹ & ۰/۵۰۱ \\ ۰/۴۹۹ & ۰/۵۱۰ & ۰/۵۰۱ & ۰/۵۴۳ \end{bmatrix} \quad PU$$

۳-۸ تأثیر ترانسفورماتورهای متغیر در ماتریس Y_{bus}

در فصول بعد خواهیم دید که قدرت‌های اکتیو توسط زاویه ولتاژ شین‌ها و قدرت‌های راکتیو توسط دامنه ولتاژ شین‌ها قابل کنترل هستند. دامنه ولتاژ را می‌توان بوسیله ترانسفورماتورهائی که دارای تپ چنجر [1] هستند تغییر داد. ترانسفورماتورهائی که نسبت تبدیل را در شرایط بارداری امکان‌پذیر می‌سازند TCUL [2] نامیده می‌شوند. تغییر نسبت تبدیل ترانسفورماتورها با تغییر تپ آنها بصورت پله‌ای بوده و معمولاً این نسبت تبدیل تا ۱۰± درصد قابل کنترل می‌باشد.

وجود ترانسفورماتورهائی که دارای تپ چنجر هستند، باید در ماتریس Y_{bus} تأثیر داده شوند. برای اینکار یک ترانسفورماتور دارای تپ چنجر را با امپدانس آن، و یا ادمیتانس آن، متصل به یک ترانسفورماتور ایده‌آل با نسبت تبدیل a مطابق شکل (۱۳-۳) نشان میدهیم.

1- Tap Changer   2- Tap-Changing-Under-Load Transformer



شکل ۱۳-۳: نمایش ترانسفورماتور داری تپ چنجر بین دو شین i و j

چون قدرت مختلط در دو طرف ترانسفورماتور ایده‌آل یکسان است، داریم:

$$S_i = V_i I_i^* = aV_i I_i'^*$$

و در نتیجه:

$$I_i = a^* I'_i = a^* y(aV_i - V_j) = a^2 yV_i - a^* yV_j$$

$$I_i = a^2 yV_i - ayV_j \qquad (۳-۳۶)$$

جریان I_j نیز برابر است با:

$$I_j = y(V_j - aV_i) = -ayV_i + yV_j \qquad (۳-۳۷)$$

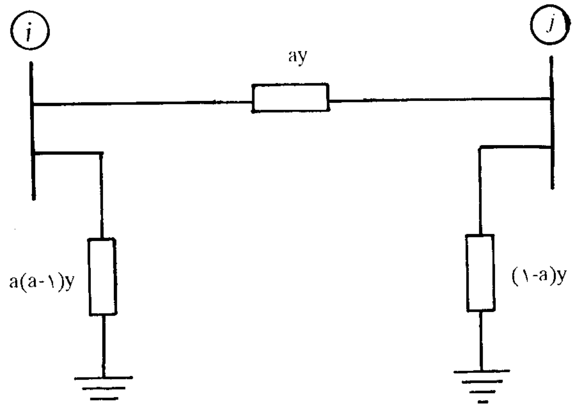
روابط (۳۶-۳) و (۳۷-۳) را بصورت ماتریس می‌نویسم:

$$\begin{bmatrix} I_i \\ I_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^2 y & -ay \\ -ay & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_i \\ V_j \end{bmatrix}$$

و بنابر این ماتریس Y برابر است با:

$$Y = \begin{bmatrix} a^{2} y & -ay \\ -ay & y \end{bmatrix} \qquad (۳-۳۸)$$

با توجه به این رابطه، مدار معادل ترانسفورماتور دارای تپ چنجر مطابق شکل (۱۴-۳) مدلسازی می‌شود. این مدل، مدار معادل π مربوط به ادمیتانس گره‌های i و j را نشان می‌دهد.



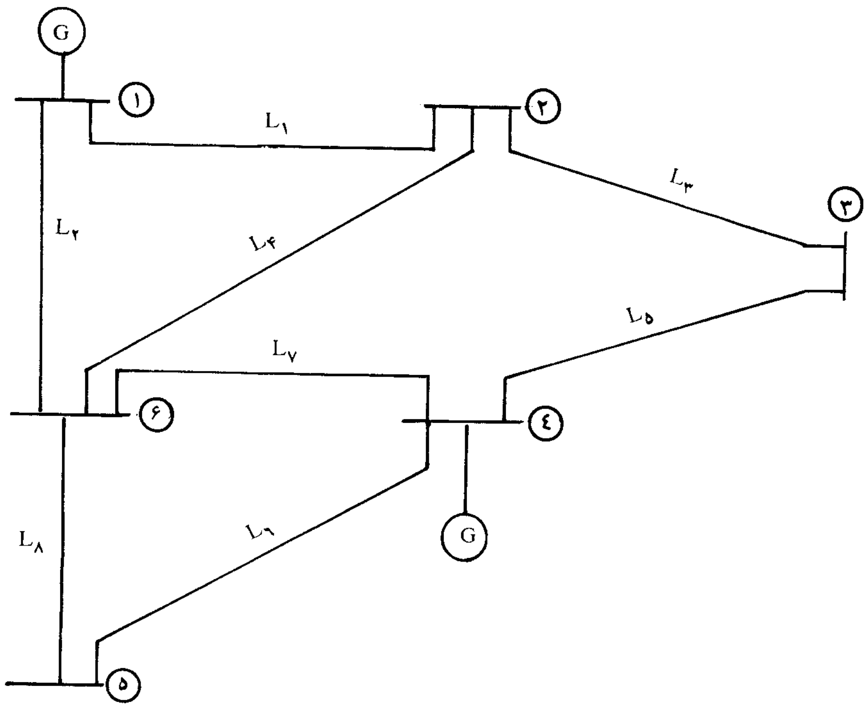
شکل ۱۴-۳: مدار معادل π ترانسفورماتور دارای تپ چنجر

۹-۳ تشکیل Y_{bus} با استفاده از کامپیوتر

در تشکیل ماتریس Y_{bus} برای مطالعهٔ پخش بار [1] باید توجه کنیم که در حالت بارداری ولتاژ شین‌هائی که دارای ژنراتور هستند در مقدار ثابتی کنترل می‌شود ولذا می‌توانیم این شین‌ها را منابع ولتاژی با دامنه ثابت در نظر گرفته و راکتانس ژنراتورها را در محاسبات منظور نکنیم. در این حالت فقط امپدانس‌های بین شین‌ها تعیین کننده ماتریس Y_{bus} خواهند بود.

در شکل (۱۵-۳) دیاگرام تک خطی یک سیستم قدرت دیده می‌شود. تعداد شین‌های این سیستم ۶ = n و تعداد خطوط آن ۸ = l می‌باشد. خطوط انتقال ۱۳۲KV بوده و قدرت مبنای سیستم ۱۰۰MVA انتخاب شده‌است.

1- Load Flow



شکل ۱۵-۳: دیاگرام تک خطی یک سیستم قدرت

برای تشکیل ماتریس Y_{bus} این سیستم، باید اطلاعات خطوط [۱] بطور کامل به کامپیوتر داده‌شود. برای هر خط انتقال باید اطلاعات زیر در دسترس باشد:

۱) شماره خط انتقال i

۲) شماره دوشینی که خط انتقال بین آنها قرار دارد. شین مبدأ را با SB_i و شماره شین انتهائی را با EB_i نشان می‌دهیم.

۳) طول خط برحسب کیلومتر

۴) مقاومت اهمی خط R_i و راکتانس سری خط X_i برحسب اهم بر کیلومتر

۵) ساسپتانس خازنی B_i برحسب ℧ /Km

۶) ولتاژ خط انتقال V_i برحسب KV

1- Line Data

برای مثال، اطلاعات خطوط انتقال سیستم قدرت شکل (۱۵-۳) در جدول (۱-۳) نشان داده شده‌است.

ابتدا با داشتن ولتاژ هر خط انتقال، امپدانس مبنای خط را بدست آورده و مقادیر داده شده R_i و X_i و B_i را برحسب PU بدست می‌آوریم. امپدانس مبنا برای خط شماره i از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$Z_{bi} = \frac{V_i^{۲}}{S_b} = \frac{V_i^{۲}}{۱۰۰}\ \Omega$$

در این رابطه V_i برحسب KV بوده و $S_b = ۱۰۰\ MVA$ می‌باشد.

جدول ۱-۳: اطلاعات خطوط سیستم قدرت شکل (۱۵-۳)

شماره خط	شین مبدأ	شین انتهائی	طول Km	R Ω/Km	X Ω/Km	B ℧ /Km
۱	۱	۲	۷۲	۰/۱۸۶	۰/۷۴۵	$۴/۸ \times ۱۰^{-۶}$
۲	۱	۶	۵۶/۵	۰/۱۸۶	۰/۷۴۵	$۱/۷۳ \times ۱۰^{-۶}$
۳	۲	۳	۸۰	۰/۰۷۸۴	۰/۵۵۱	$۱/۵۸ \times ۱۰^{-۶}$
۴	۲	۶	۱۰۰	۰/۰۷۳۲	۰/۵۱۹	$۶/۸۹ \times ۱۰^{-۷}$
۵	۳	۴	۵۰	۰/۰۷۶۷	۰/۵۳۶۷	$۱/۷۲ \times ۱۰^{-۶}$
۶	۴	۵	۷۰	۰/۰۸۲۱	۰/۴۹۲۸	$۱/۶۴ \times ۱۰^{-۶}$
۷	۴	۶	۴۰	۰/۰۷۴	۰/۴۴۴۳	$۲/۸۷ \times ۱۰^{-۶}$
۸	۵	۶	۱۲۰	۰/۱۰۰۲	۰/۴۰۰۷	$۲/۴۴ \times ۱۰^{-۶}$

بعنوان مثال خطوط شماره ۱و۳ را در نظر گرفته و محاسبات زیر را انجام می‌دهیم. برای بقیه خطوط نیز بهمین ترتیب عمل کرده و اطلاعات خطوط را برحسب PU کامل می‌کنیم:

$$Z_{b۱} = Z_{b۳} = \frac{V_۱^{۲}}{۱۰۰} = \frac{۱۳۲^{۲}}{۱۰۰} = ۱۷۴/۲۴\ \Omega$$

$$Z_1 = R_1 + jX_1 = \frac{(۰/۱۸۶ + j۰/۷۴۵) \times ۷۲}{۱۷۴/۲۴} = ۰/۰۷۷ + j۰/۳۰۸ \text{ PU}$$

$$Y_1 = jB_1 = j\,۴/۸ \times ۱۰^{-۶} \times ۷۲\ (۱۷۴/۲۴) = j\ ۰/۰۶ \text{ PU}$$

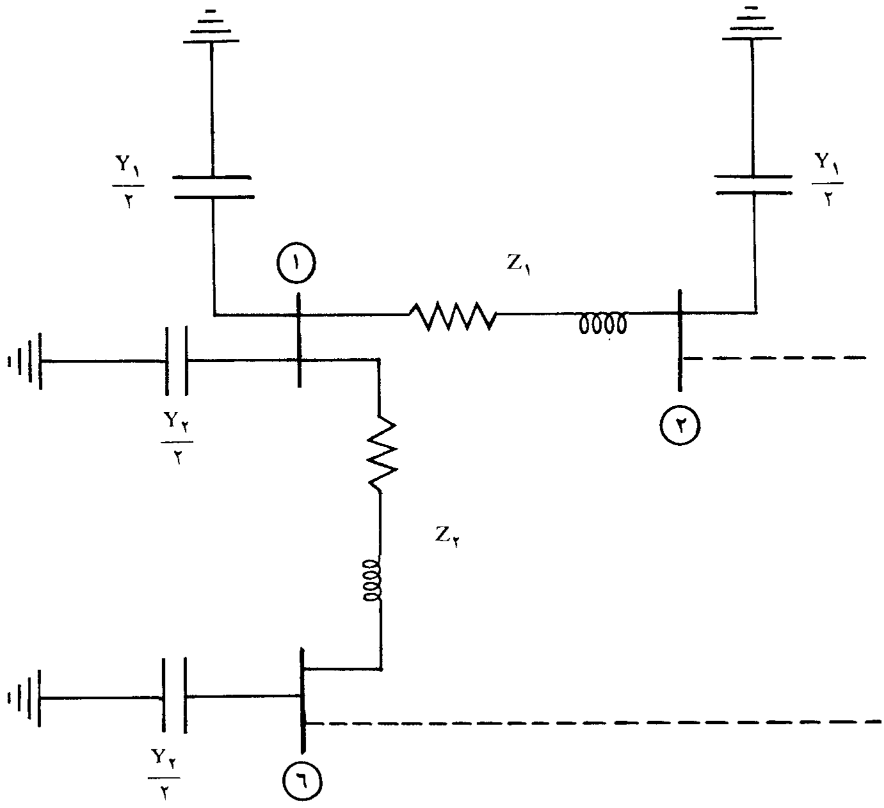
$$Z_2 = R_2 + jX_2 = \frac{(۰/۰۷۸۴ + j۰/۵۵۱) \times ۸۰}{۱۷۴/۲۴} = ۰/۰۳۶ + j۰/۲۵۳ \text{ PU}$$

$$Y_2 = jB_2 = j\,۱/۵۸ \times ۱۰^{-۶} \times ۸۰\ (۱۷۴/۲۴) = j\ ۰/۰۲۲ \text{ PU}$$

شماره‌خط	$Z_{i(PU)}$	$Y_{i(PU)}$
۱	۰/۰۷۷ + j۰/۳۰۸	j۰/۰۶
۲	۰/۰۶ + j۰/۲۴۲	j۰/۰۱۷
۳	۰/۰۳۶ + j۰/۲۵۳	j۰/۰۲۲
۴	۰/۰۴۲ + j۰/۲۹۸	j۰/۰۱۲
۵	۰/۰۲۲ + j۰/۱۵۴	j۰/۰۱۵
۶	۰/۰۳۳ + j۰/۱۹۸	j۰/۰۲
۷	۰/۰۱۷ + j۰/۱۰۲	j۰/۰۲
۸	۰/۰۶۹ + j۰/۲۷۶	j۰/۰۵۱

برای مدلسازی خط انتقال از مدار اسمی π استفاده می‌کنیم و لذا هر خط انتقال با امپدانس Z_i بین دو شین مبدأ و انتهائی، و ادمیتانس $\frac{1}{2} Y_i$ روی هر یک از این شین‌ها نشان داده می‌شود. در شکل (۱۶-۳) مدار معادل خطوط انتقال L_1 و L_2 که به شین ۱ اتصال دارند نشان داده شده‌است.

عناصر ماتریس Y_{bus} با توجه به مدار اسمی π خطوط انتقال بدست می‌آیند. بعنوان مثال، Y_{11}، Y_{12} و Y_{16} به این ترتیب محاسبه می‌شوند:



شکل ۱۶-۳: قسمتی از مدار معادل سیستم قدرت شکل (۱۵-۳)

$$Y_{۱۱} = \frac{۱}{Z_۱} + \frac{۱}{Z_۲} + \frac{۱}{۲} Y_۱ + \frac{۱}{۲} Y_۲$$

$$= \frac{۱}{۰/۰۷۷ + j۰/۳۰۸} + \frac{۱}{۰/۰۶ + j۰/۲۴۲} + \frac{۱}{۲}(j۰/۰۶) + \frac{۱}{۲}(j۰/۰۱۷)$$

$$= ۱/۷۲۹ - j\ ۶/۹۱\ \text{PU}$$

$$Y_{۱۲} = -\frac{۱}{Z_۱} = -\frac{۱}{۰/۰۷۷ + j۰/۳۰۸} = -۰/۷۶۴ + j\ ۳/۰۵۶\ \ \text{PU}$$

$$Y_{۱۶} = -\frac{۱}{Z_{۲}} = -\frac{۱}{۰/۰۶ + j۰/۲۴۲} = -۰/۹۶۵ + j\,۳/۸۹ \ \text{PU}$$

با محاسبه بقیه عناصر، ماتریس Y_{bus} بترتیب زیر تشکیل می‌گردد:

$$Y_{۱۱} = ۱/۷۲۹ - j۶/۹۱ \ \text{PU} = ۷/۱۲۳ \angle \underline{-۷۵/۹۵^{\circ}} \quad \text{PU}$$

$$Y_{۱۲} = Y_{۲۱} = -۰/۷۶۴ + j۳/۰۵۶ \ \text{PU} = ۳/۱۵ \angle \underline{۱۰۴/۰۴^{\circ}} \quad \text{PU}$$

$$Y_{۱۳} = Y_{۱۴} = Y_{۱۵} = Y_{۳۱} = Y_{۴۱} = Y_{۵۱} = ۰$$

$$Y_{۱۶} = Y_{۶۱} = -۰/۹۶۵ + j۳/۸۹ \ \text{PU} = ۴/۰۱۱ \angle \underline{۱۰۳/۹۳^{\circ}} \quad \text{PU}$$

$$Y_{۲۲} = ۱/۷۷۹ - j۱۰/۱۷۳ \ \text{PU} = ۱۰/۳۲۸ \angle \underline{-۸۰/۰۸^{\circ}} \quad \text{PU}$$

$$Y_{۲۳} = Y_{۳۲} = -۰/۵۵۱ + j۳/۸۷۴ \ \text{PU} = ۳/۹۱۳ \angle \underline{۹۸/۱^{\circ}} \quad \text{PU}$$

$$Y_{۲۴} = Y_{۴۲} = Y_{۲۵} = Y_{۵۲} = ۰$$

$$Y_{۲۶} = Y_{۶۲} = -۰/۴۶۴ + j۳/۲۹ \ \text{PU} = ۳/۳۲۳ \angle \underline{۹۸/۰۲^{\circ}} \quad \text{PU}$$

$$Y_{۳۳} = ۱/۴۶ - j۱۰/۲۱۹ \ \text{PU} = ۱۰/۳۲۳ \angle \underline{-۸۱/۸۷^{\circ}} \quad \text{PU}$$

$$Y_{۳۴} = Y_{۴۳} = -۰/۹۰۹ + j۶/۳۶۴ \ \text{PU} = ۶/۴۲۸ \angle \underline{۹۸/۱۳^{\circ}} \quad \text{PU}$$

$$Y_{۳۵} = Y_{۵۳} = Y_{۳۶} = Y_{۶۳} = ۰$$

$$Y_{۴۴} = ۳/۳۱۸ - j۲۰/۷۸۹ \ \text{PU} = ۲۱/۰۵۲ \angle \underline{-۸۰/۹۳^{\circ}} \quad \text{PU}$$

$$Y_{۴۵} = Y_{۵۴} = -۰/۸۱۹ + j۴/۹۱۴ \text{ PU} = ۴/۹۸۲ \angle \underline{۹۹/۴۶^\circ} \quad \text{PU}$$

$$Y_{۴۶} = Y_{۶۴} = -۱/۵۹ + j۹/۵۳۹ \text{ PU} = ۹/۶۷۱ \angle \underline{۹۹/۴۶^\circ} \quad \text{PU}$$

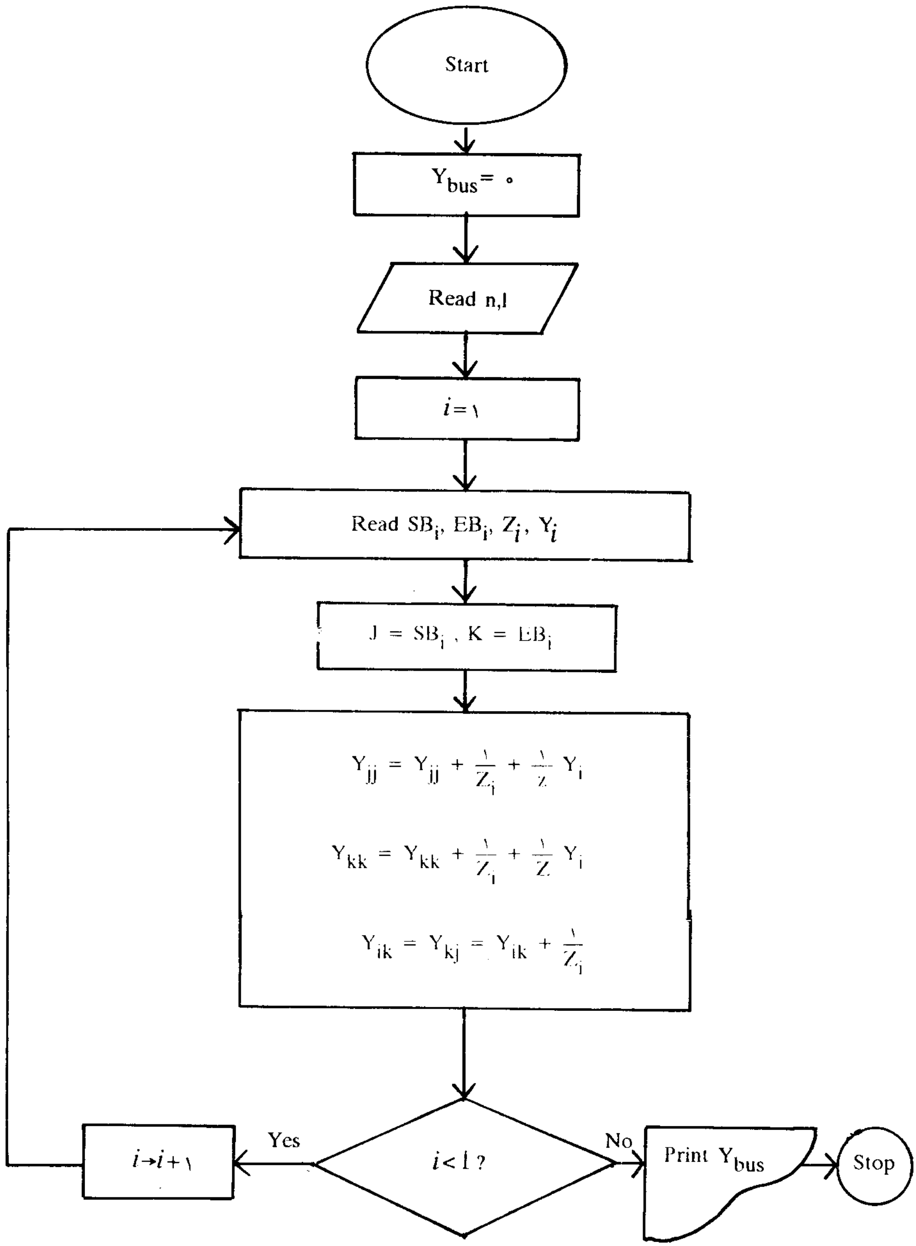
$$Y_{۵۵} = ۱/۶۷۲ - j۸/۲۸۹ \text{ PU} = ۸/۴۵۵ \angle \underline{-۷۸/۶^\circ} \quad \text{PU}$$

$$Y_{۵۶} = Y_{۶۵} = -۰/۸۵۳ + j۳/۴۱ \text{ PU} = ۳/۵۱۵ \angle \underline{۱۰۴/۰۴^\circ} \quad \text{PU}$$

$$Y_{۶۶} = ۳/۸۷۱ - j۲۰/۰۸۲ \text{ PU} = ۲۰/۴۵۲ \angle \underline{-۷۹/۰۹^\circ} \quad \text{PU}$$

شکل (۱۷-۳) فلوچارت تشکیل ماتریس Y_{bus} را برای محاسبات پخش بار با توجه به مراحل انجام شده فوق نشان می‌دهد. همانطوریکه در این شکل دیده می‌شود ابتدا Y_{bus} را برابر صفر قرار می‌دهیم و سپس در هر بار با خواندن اطلاعات یک خط انتقال، ماتریس Y_{bus} را بتدریج تشکیل می‌دهیم بطوریکه پس از خواندن اطلاعات آخرین خط و تأثیر دادن امپدانس آن ماتریس Y_{bus} بدست می‌آید. در محاسبات اتصال کوتاه معمولاً از مقاومت اهمی و کاپاسیتانس خطوط انتقال و مقاومت اهمی آرمیچر ژنراتورها صرفنظر می‌شود و شبکه کاملاً سلفی در نظر گرفته می‌شود. از آنجائیکه ولتاژهای شین‌های دارای ژنراتور نیز بر اثر اتصال کوتاه تغییر می‌نمایند لذا راکتانس گذرا و یا زیرگذرای ژنراتورها در تشکیل Y_{bus} تأثیر داده می‌شوند.

ماتریس امپدانس شین Z_{bus} را می‌توان پس از تشکیل ماتریس Y_{bus} با معکوس کردن آن بدست آورد و یا از برنامه کامپیوتری روش مستقیم تشکیل Z_{bus} استفاده نمود.

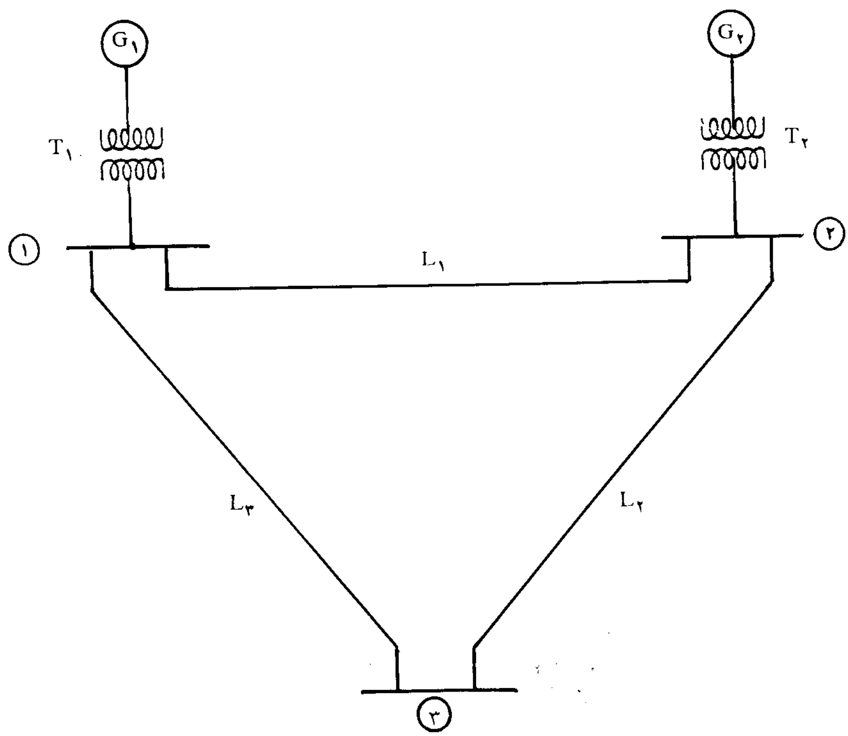


شکل ۱۷-۳: فلوچارت تشکیل ماتریس Ybus برای محاسبه پخش بار

مسائل فصل سوّم

۳-۱ ماتریس ادمیتانس شین Y_{bus} را برای سیستم قدرت شکل (۱۸-۳) در قدرت مبنای ۱۰۰MVA بدست آورید. سپس ماتریس امپدانس شین $Z_{bus} = Y^{-1}_{bus}$ را تشکیل دهید. راکتانس خطوط انتقال $L_۱$ و $L_۲$ و $L_۳$ بترتیب ۰/۱PU ، ۰/۰۵PU و ۰/۱PU در مبنای ۱۰۰MVA و ۱۳۲KV بوده و اطلاعات ژنراتورها و ترانسفورماتورها بشرح زیر است:

$G_۱$: ۷۵ MVA ، ۲۰ KV ، X'_d = ٪۲۲/۵
$G_۲$: ۱۰۰ MVA ، ۲۰ KV ، X'_d = ٪۱۷
$T_۱$: ۱۰۰ MVA ، ۱۳۲/۲۰ KV ، X = ٪۱۰
$T_۲$: ۱۲۵ MVA ، ۱۳۲/۲۰ KV ، X = ٪۱۰



شکل ۱۸-۳: مربوط به مسأله ۱-۳

۳-۲ در شکل (۱۸-۳):

الف- در صورتیکه نیروی محرکه ژنراتورها بترتیب $E_1 = 1 \angle 0^\circ$ PU و $E_2 = 1/2 \angle 20^\circ$ PU باشند ولتاژ شین‌ها را محاسبه نمائید.

ب - ماتریس امپدانس Z_{bus} را از روش مستقیم تشکیل دهید.

ج - اگر خط انتقال L_4 با راکتانس ۰/۱PU را موازی خط L_1 (بین دو شین ۱ و ۲) سیستم نصب کنیم، ماتریس ترمیم شده Z_{bus} و ولتاژ شین‌ها پس از نصب این خط جدید را بدست آورید.

۳-۳ اگر خازنی با مشخصات ۱۲/۵Mvar و ۱۳۲KV در شین ۳ از مسأله (۱-۳) نصب شود ولتاژ شین‌ها را پس از نصب خازن از دو روش زیر بدست آورده با یکدیگر مقایسه نمائید:

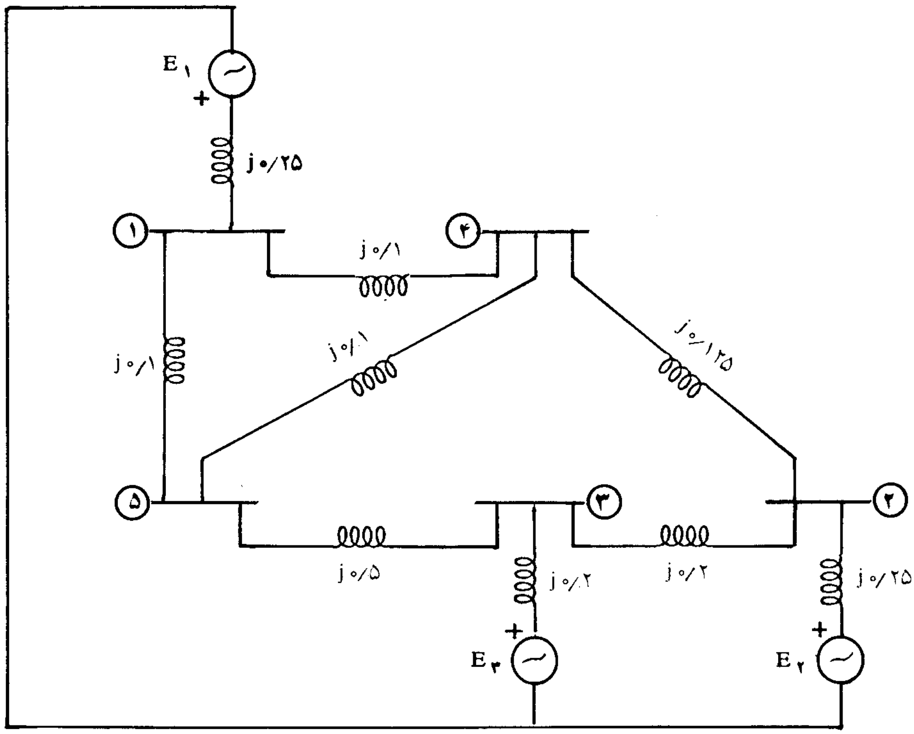
الف- تعیین مدار معادل تونن شین ۳ (مشابه روش ذکر شده در مثال ۵-۳)

ب - ترمیم Z_{bus} با توجه به وجود خازن و محاسبه ولتاژ شین‌ها

۳-۴ در سیستم قدرت شکل (۱۹-۳) مقادیر امپدانس‌ها برحسب PU مشخص شده‌اند. ماتریس Y_{bus} را بدست آورده و با حذف شین‌های ۴و۵ ماتریس جدید ادمیتانس شین را تشکیل دهید. سپس سیستم معادل ۳ شین را رسم کرده و مقادیر امپدانس‌ها را برحسب PU روی آن مشخص کنید.

۳-۵ چنانچه راکتوری با راکتانس ۵PU در سیستم قدرت شکل (۱۹-۳) به شین ۲ متصل کنیم، جریان راکتور و ولتاژ شین‌ها را پس از نصب راکتور محاسبه کنید.

۳-۶ اگر در مسأله (۵-۳) عناصر بین شین‌های ۱و۴ و همچنین بین شین‌های ۱و۵ ترانسفورماتورهائی با تپ ۱/۰۵ و امپدانس j۰/۱PU باشند ماتریس Y_{bus} را بدست آورده و پس از حذف شین ۴ ماتریس Y_{bus} (۴×۴) را تشکیل دهید.



شکل ۱۹-۳: مربوط به مسأله ۴-۳